MATEMÁTICA APLICADA

CEF OI – 1º *Tipo 2*

Professor João Narciso

Ficha de Trabalho 26 – Semelhança de Triângulos

Semelhança de Figuras:

Quando ampliamos uma fotografia conseguimos encontrar alguma diferença entre a original e a ampliação, além do seu tamanho?

- Não, porque as duas fotografias têm a mesma **forma**. Por isso, dizemos que as fotografias são **semelhantes**.

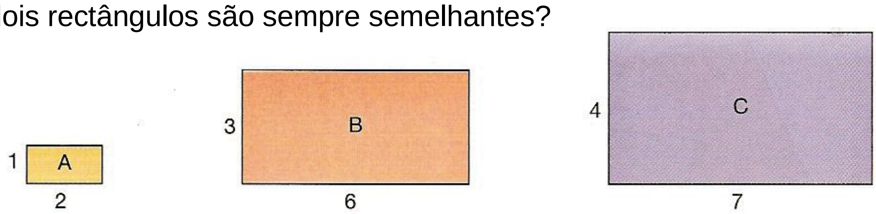
Se, por exemplo, observarmos a imagem de um objecto através de um jarro com água, não obtemos uma imagem semelhante à original. Neste caso as figuras não são semelhantes.

- Duas figuras são **semelhantes** se <u>tiverem a mesma forma</u>, ou seja, se acontecerem duas coisas:

1. As figuras mantêm os **ângulos correspondentes iguais**.
2. As figuras têm os **lados correspondentes directamente proporcionais**.

***Exemplo*:**

Será que dois rectângulos são sempre semelhantes?



Os rectângulos mantêm os ângulos correspondentes iguais. Vejamos, no entanto, se os rectângulos têm os lados correspondentes proporcionais:

- Os rectângulos **A** e **B** são semelhantes pois $\frac{6}{2} = 3$ e $\frac{3}{1} = 3$, ou seja, $\frac{6}{2} = \frac{3}{1}$.

  3 é a **constante de proporcionalidade**, que, neste caso, designamos por razão de semelhança. Neste caso o comprimento e a largura do rectângulo B são 3 vezes maiores do que o comprimento e a largura do rectângulo A. Logo os rectângulo **A** e **B** <u>são semelhantes</u>.

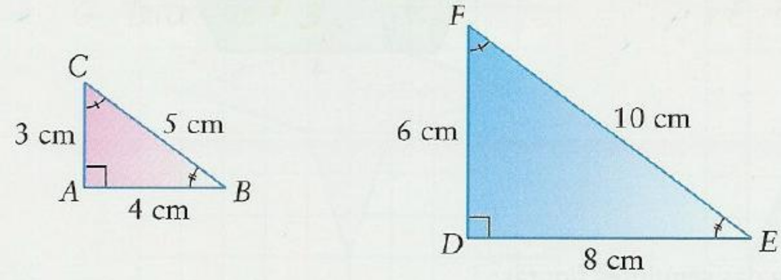
- O rectângulo **C** <u>não é semelhante</u> nem ao rectângulo **A** nem ao rectângulo **B,** pois os lados correspondentes não são directamente proporcionais:

  $\frac{7}{2} \neq \frac{4}{1}$ e $\frac{7}{6} \neq \frac{4}{3}$

Semelhança de triângulos

Os **triângulos são figuras** geométricas muito **especiais** e o **estudo da semelhança entre dois triângulos tem particular interesse para a resolução de problemas da vida real**.

Observemos **os dois triângulos semelhantes da figura** seguinte:



Na ampliação de uma figura, os ângulos mantêm a sua amplitude: $\hat{A}=\hat{D}$, $\hat{B}=\hat{E}$ e $\hat{C}=\hat{F}$, e os comprimentos dos lados são proporcionais:

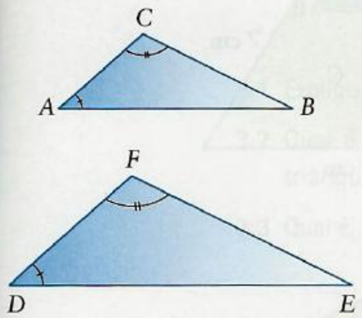
$$\frac{6}{3}=\frac{8}{4}=\frac{10}{6}=2$$

A razão de semelhança que transforma o triângulo $[ABC]$ no triângulo $[DEF]$ é 2 .

Para verificar se dois triângulos são semelhantes não é necessário conhecer todos os elementos do triângulo (o comprimento dos três lados e a amplitude dos três ângulos); **é suficiente verificar se os triângulos satisfazem um dos três critérios de semelhança**.

Critérios de semelhança de triângulos

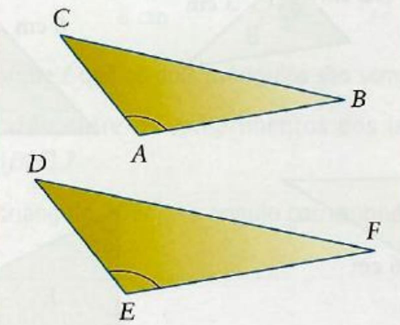
Dois triângulos são semelhantes se têm dois ângulos iguais.



$\hat{A}=\hat{D}$; $\hat{C}=\hat{F}$

Os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são semelhantes.

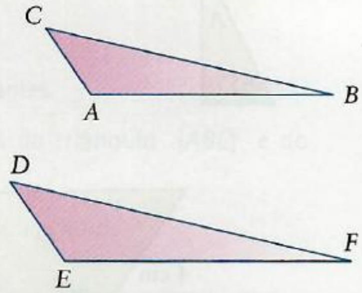
Dois triângulos são semelhantes se têm dois lados proporcionais e o ângulo por eles formado igual.



$\frac{\overline{AC}}{\overline{ED}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}$; $\hat{A}=\hat{E}$

Os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são semelhantes.

Dois triângulos são semelhantes se têm os três lados proporcionais.

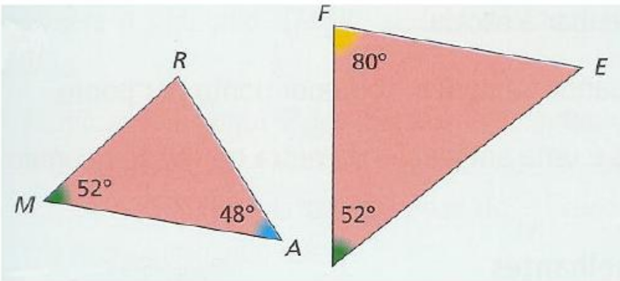


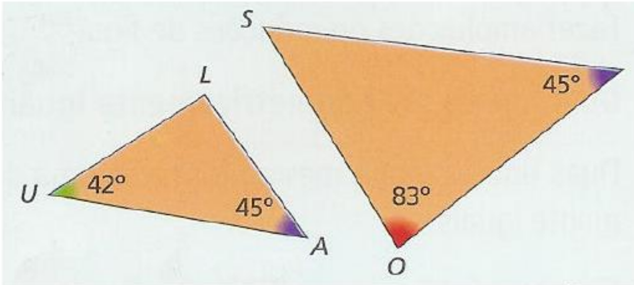
$\frac{\overline{AC}}{\overline{ED}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{FD}}$

Os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são semelhantes.

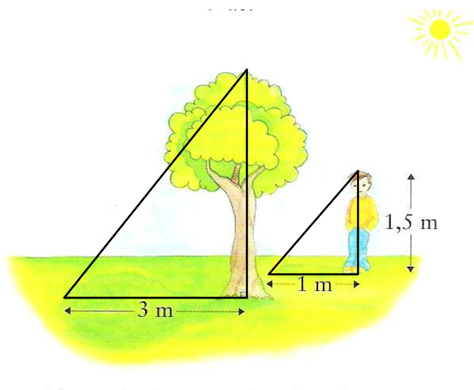
Exercícios:

1. **Observa** os triângulos e diz, em cada par, se são ou não semelhantes.

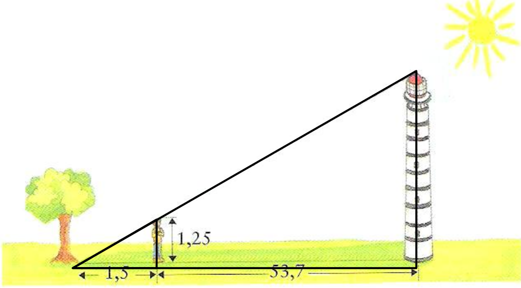




2. De acordo com os dados da figura, **determina** a altura da árvore.

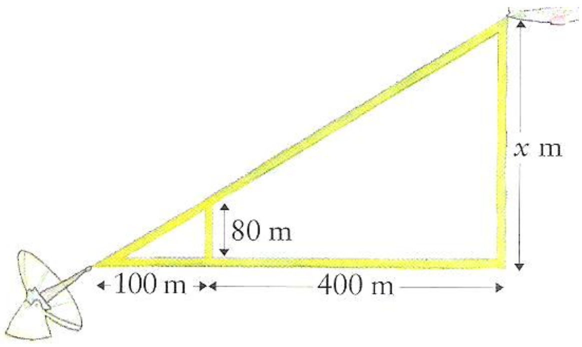


3. **Determina** a altura do seguinte monumento nacional, usando as medidas de sombras em dias de sol.

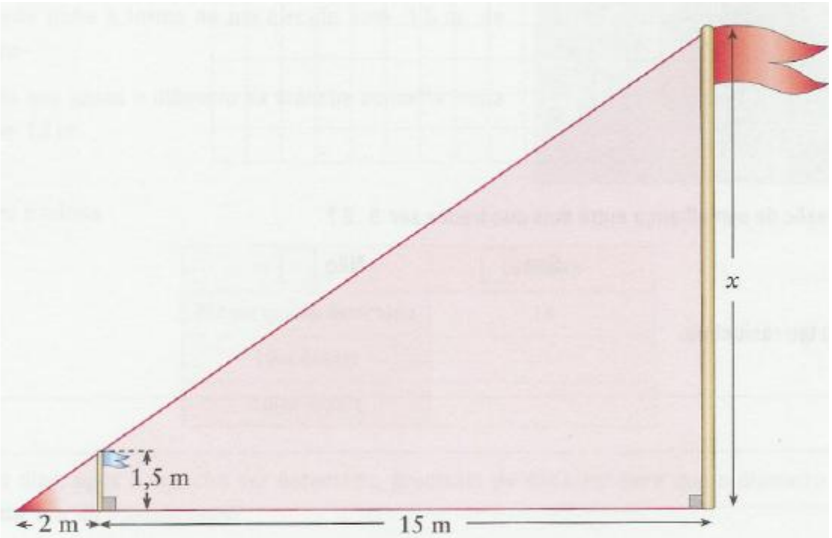


Farol de Vila Real de Santo António.

4. De acordo com a figura, **determina** *x*.



5. Observa a figura e **determina** *x*.



6. Dois campistas querem descobrir a largura de um rio que têm de atrevessar. Observa na figura como procederam. Que **largura tem o rio**?