

Ficha de Trabalho Nº18 – Média, Moda e Mediana. Diagrama de Extremos e Quartis

Medidas de localização para dados simples ou agrupados numa tabela – (Resumo Teórico)

1. Média

Chama-se **Média aritmética** de uma distribuição de dados, e representa-se por \bar{x} , ao quociente da soma de todos os dados pelo número total de dados.

☒ Como se determina a Média?

Representando por x_1, x_2, \dots, x_n as N observações, a **média** é dada por:

- Para dados simples: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{N}$ ou $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{N}$.

- Para dados agrupados em tabelas de frequências: $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{N}$ ou $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i}{N}$

Nota: k é o nº de dados distintos que a variável toma

Exemplo 1: A Joana teve as seguintes notas nos testes de Matemática: **10 8 16 8 18 7**. Qual a **média aritmética** das notas?

$$\bar{x} =$$

Exemplo 2: Na tabela seguinte podemos observar as notas que o João obteve no final do 10º ano. Qual a **média aritmética** das notas?

| Nota (x_i) | Freq. abs. (f_i) |
|----------------|----------------------|
| 12 | 1 |
| 15 | 4 |
| 16 | 2 |
| 17 | 1 |

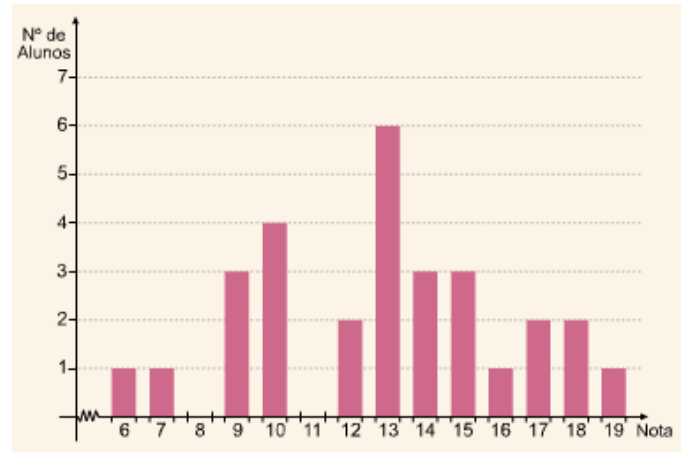
$$\bar{x} =$$

2. Moda

Sejam x_1, x_2, \dots, x_k os k valores distintos de uma variável estatística, chama-se **Moda**, e representa-se por M_0 , ao valor que tem maior frequência absoluta.

Exemplo 3: O gráfico ao lado representa a nota obtida pelos alunos do 10º ano na disciplina de Filosofia. Qual é a Moda da distribuição?

$M_0 =$



3. Mediana

Chama-se **mediana**, e representa-se por \tilde{x} (ou M_e), ao valor que divide o conjunto de valores ordenados em duas partes com igual número de elementos.

☒ Como se determina a Mediana?

Dado um conjunto de N dados quantitativos $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ ordenados, a **Mediana** é dada por:

- Se N ímpar, ao valor da variável que ocupa a posição central: $\tilde{x} = x_{\frac{N+1}{2}}$
- Se N par, à média aritmética dos dois valores centrais: $\tilde{x} = \frac{x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N}{2}+1}}{2}$

Exemplo 5: Considera as seguintes distribuições de dados e determina a respectiva mediana.

a) 12 8 13 14 10 18 11 11 9 12 15

$\tilde{x} =$

b) 14 9 10 10 15 13 12 8

$\tilde{x} =$

ACTIVIDADE 1

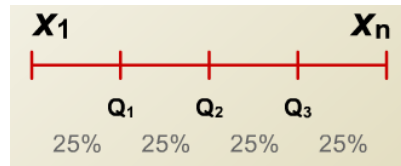
Considera a tabela seguinte onde estão discriminados os salários anuais (por ordem crescente) de todos os trabalhadores de uma empresa.

| Tipo de Emprego | Salário Anual | Nº empregados | Ni |
|------------------------|----------------------|----------------------|-----------|
| Guarda | 8 000 € | 5 | 5 |
| Vendedor | 10 000 € | 10 | 15 |
| Secretário | 12 000 € | 6 | 21 |
| Caixa | 13 500 € | 3 | 24 |
| Operário | 15 000 € | 30 | 54 |
| Chefe | 18 000 € | 12 | 66 |
| Director | 55 000 € | 3 | 69 |
| Vice-Presidente | 130 000 € | 2 | 71 |
| Presidente | 250 000 € | 1 | 72 |

1. De acordo com a tabela anterior, indica a **moda** dos salários desta empresa.
2. Determina a **média** e a **mediana** dos salários praticados.
3. O presidente resolveu aumentar o seu salário, o que resultou num acréscimo de 1500€ na média anual dos salários. Indica quanto será o seu novo salário.
4. Foram contratados dois novos empregados pela companhia: um director de fábrica e um chefe, mantendo-se os salários originais. Sem efectuar os cálculos, prevê se a média de salários vai aumentar, baixar ou manter-se. Explica a tua previsão.

Quartis. Diagrama de Extremos e Quartis – (Continuação do *Resumo Teórico*)

4. Os **Quartis** são medidas que dividem a distribuição de dados em 4 partes iguais:



- **1º Quartil**, representa-se por Q_1 , é o valor à esquerda do qual se encontram **25%** dos valores da distribuição.
- **2º Quartil**, representa-se por Q_2 (ou \tilde{x}), é igual à mediana da distribuição, ou seja, é o valor que divide os valores da distribuição em duas partes iguais (de **50%**).
- **3º Quartil**, representa-se por Q_3 , é o valor à esquerda do qual se encontram **75%** dos valores da distribuição.

☒ Como se determinam os Quartis?

Dado um conjunto de **N** dados quantitativos $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ ordenados, os Quartis são dados por:

- Se $\frac{N}{4}$ e $\frac{3N}{4}$ **não forem** números inteiros, $Q_1 = x_{\lceil \frac{N}{4} \rceil}$ e $Q_3 = x_{\lceil \frac{3N}{4} \rceil}$
- Se $\frac{N}{4}$ e $\frac{3N}{4}$ **forem** números inteiros, $Q_1 = \frac{x_{\frac{N}{4}} + x_{\frac{N}{4}+1}}{2}$ e $Q_3 = \frac{x_{\frac{3N}{4}} + x_{\frac{3N}{4}+1}}{2}$

Exemplo 7: Considera o seguinte conjunto de dados (já ordenado) e determina os respectivos quartis:

1 4 5 6 8 9 11 14 15 18 20 23 23 24 30 30 31 34 35 35 37 38

$$Q_1 =$$

$$\tilde{x} =$$

$$Q_3 =$$

Nota: Os quartis podem também ser identificados em tabelas de frequências relativas:

- O **1º Quartil** corresponde, na coluna das frequências acumuladas, ao **menor valor não inferior a 0,25**.
- O **2º Quartil** corresponde, na coluna das frequências acumuladas, ao **menor valor não inferior a 0,5**.
- O **3º Quartil** corresponde, na coluna das frequências acumuladas, ao **menor valor não inferior a 0,75**.

Exemplo 8: Considera a tabela ao lado e determina os seus **Quartis**.

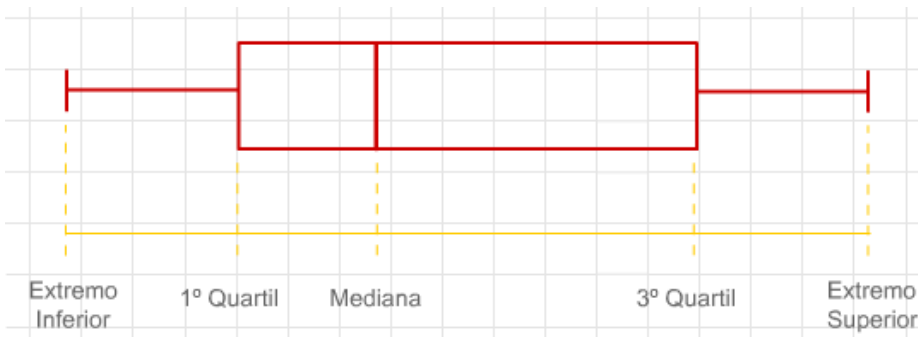
$$Q_1 =$$

$$\tilde{x} =$$

$$Q_3 =$$

| x_i | f_i | F_i |
|--------------|----------|-------|
| 14 | 0,10 | |
| 15 | 0,30 | |
| 16 | 0,45 | |
| 17 | 0,10 | |
| 18 | 0,05 | |
| Total | 1 | |

5. Os **Diagramas de Extremos e Quartis** (ou *Caixa de Bigodes*) é uma forma esquemática de representar os valores extremos (*valor mínimo* e *valor máximo*) e os Quartis (*mediana*, Q_1 e Q_2) de uma distribuição.



Exemplo 9: Usando as potencialidades da calculadora gráfica, constrói o diagrama de extremos e quartis referente à tabela abaixo.

| | | | | | |
|------------------|----|---|---|---|---|
| N.º de negativas | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| N.º de alunos | 10 | 4 | 5 | 1 | 2 |

Calcular os quartis com a calculadora
Introduz os dados em duas listas. Selecciona **STAT CALC** **1: 1-Var Stats** e indica as listas pretendidas.

```

1-Var Stats
n=11
minX=1
Q1=5
Med=9
Q3=15
maxX=20
    
```

Construir diagramas de extremos e quartis

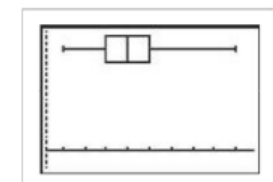
Introduz os dados em duas listas e, activando os gráficos em **2ND (STAT PLOT)**, selecciona o que vês no ecrã seguinte.

```

Plot1 Plot2 Plot3
On Off
Type: [ ] [ ] [ ]
Xlist:L1
Freq:L2
    
```

De seguida, **ZOOM 9: ZoomStat**.

Com a tecla **TRACE** percorre o diagrama de modo a obteres os valores dos quartis.



ACTIVIDADE 2

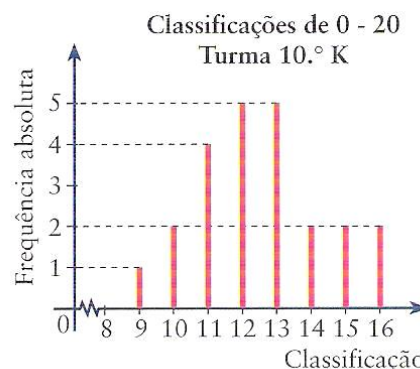
1. Perguntou-se o nº de irmãos a 9 alunos e obtiveram-se os seguintes resultados: **2 0 0 1 3 1 2 0 1**

1.1. Indica a **moda** e determina a **média** e a **mediana**.

1.2. Entretanto, chegou mais um aluno que afirmou ser filho único. Atualiza a **média**, **moda** e **mediana**.

2. Os onze jogadores que vão entrar em campo pretendem calcular o seu peso médio. Sem o guarda-redes o “peso” médio dos 10 jogadores da equipa é 81,2 kg. Quando o guarda-redes chegou, também se pesou e o peso médio alterou-se para 80,9 kg. Quanto pesa o guarda-redes?

3. O gráfico ao lado apresenta as classificações obtidas a Matemática numa turma do 10º ano.



Indica a(s) **moda(s)** e determina a **média** e a **mediana**.

4. Considere os dados apresentados na tabela seguinte, referentes às classificações obtidas pelos alunos do 9º ano na disciplina de Inglês:

| Classificação (nível de 1 a 5) | Turma A | | Turma B | | Turma C | | Turma D | |
|-----------------------------------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|---------|-------|
| | f_i | E_i | f_i | E_i | f_i | E_i | f_i | E_i |
| 1 | 3 | 3 | 1 | 1 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| 2 | 10 | 13 | 5 | 6 | 8 | 10 | 11 | 15 |
| 3 | 9 | 22 | 10 | 16 | 12 | 22 | 12 | 27 |
| 4 | 2 | 24 | 3 | 19 | 4 | 26 | 2 | 29 |
| 5 | 1 | 25 | 2 | 21 | 2 | 28 | 1 | 30 |

Determina a **moda** e **média** as turmas **A** e **B** e constrói o **diagrama de extremos e quartis** para as turmas **C** e **D**

5. Determina o valor das observações **a** e **b**, sabendo que a **moda** é **3** e a **média** é **3,25**.

2 6 a 7 3 4 4 4 1 5 1 2 1 b 3 4 2 3 2