

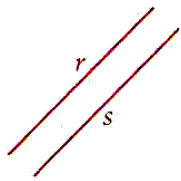
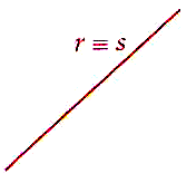
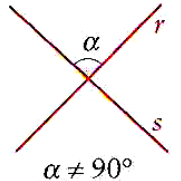
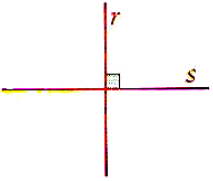


MATEMÁTICA 10º A – T₂

Ficha de Trabalho 12 – Paralelismo e intersecção de rectas no plano

1. Posição relativa de duas rectas no plano

- Duas rectas são **paralelas** se e só se **tiverem o mesmo declive**.
- Duas rectas são **concorrentes** se e só se **não tiverem o mesmo declive**.

Posição relativa de duas rectas no plano			
Paralelas		Concorrentes ou secantes	
Estritamente paralelas	Coincidentes	Oblíquas	Perpendiculares
 $m_r = m_s$	 $r \equiv s$ $m_r = m_s$	 $\alpha \neq 90^\circ$ $m_r \neq m_s$	 $m_r \neq m_s$

Exemplo1:

As rectas $s: y = 2x - 1$ e $r: y = 2x + 4$ são paralelas porque têm o mesmo declive (e ordenadas na origem diferentes).

Exemplo2:

A recta r passa pelo ponto $A(-6, 1)$ e tem declive -2 .

A recta s passa pelo ponto $B(2, 0)$ e tem declive 3 .

As rectas são **concorrentes** porque têm declives diferentes.

Exemplo3:

As rectas $s: y = x + 1$ e $r: y = x + 1$ são coincidentes porque têm o mesmo declive e a mesma ordenada na origem.

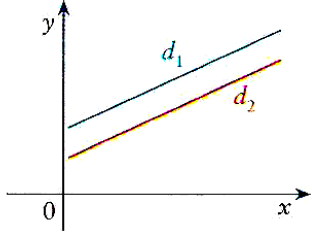
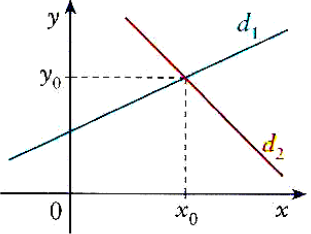
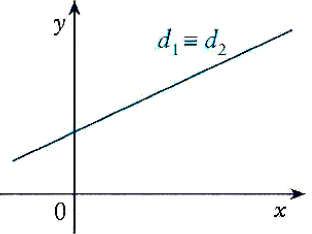
2. Determinação de um ponto de intersecção de duas rectas conhecidas as suas equações

➤ Sejam $s: y = m_1x + b_1$ e $r: y = m_2x + b_2$. O ponto de intersecção das duas rectas é, caso exista,

$$\text{a solução do sistema } \begin{cases} y = m_1x + b_1 \\ y = m_2x + b_2 \end{cases}.$$

➤ Se (x_1, y_1) é o ponto de intersecção das rectas então (x_1, y_1) é a solução do sistema.

➤ Se o sistema é impossível as rectas são estritamente paralelas.

Sistemas de duas equações lineares a duas incógnitas		
Possível		Impossível
Determinado	Indeterminado	 <p>d_1 e d_2 são estritamente paralelas. O sistema não tem solução.</p>
 <p>As rectas d_1 e d_2 são concorrentes. O sistema tem uma única solução (x_0, y_0).</p>	 <p>$d_1 \equiv d_2$ As soluções do sistema são as soluções da equação d_1 (ou da equação d_2).</p>	

Exemplo1:

As rectas $s: y = -x + 3$ e $r: y = x + 1$. As rectas têm declives diferentes por isso são concorrentes e têm um ponto de intersecção que é solução do sistema (o sistema diz-se possível e determinado).

Vejam os,

$$\begin{cases} y = -x + 3 \\ y = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = -x + 3 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

O ponto de intersecção é o ponto $(1, 2)$.

Exemplo2:

As rectas $s: y = 3x + 5$ e $r: y = 3x - 13$. As rectas têm o mesmo declive logo são paralelas e não têm nenhum ponto em comum. Por isso se resolvêssemos o sistema com estas duas equações iríamos ter um sistema impossível.

Exercícios de Escolha Múltipla:

- 1** Num referencial o. n. $Oxyz$, as rectas AB e r são paralelas.

O vector \overline{AB} tem coordenadas $(-2, m, 3)$, $m \in \mathbb{R}$.

A recta r é definida pela equação $(x, y, z) = (1, 0, 0) + k(2, 1, -3)$. O valor de m é:

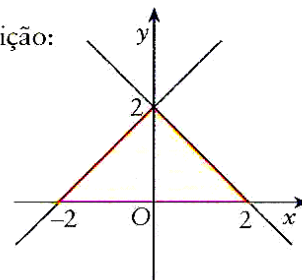
- (A) $-\frac{1}{3}$; (B) -1 ; (C) 0 ; (D) 1 .
-

- 2** Num referencial o. n. $Oxyz$, o ponto de intersecção da recta $t: (x, y, z) = (-1, 2, 0) + k(2, -1, 3)$ com o plano xOz tem coordenadas:

- (A) $(-1, 2, 0)$; (B) $(1, 0, 2)$; (C) $(1, 0, 6)$; (D) $(3, 0, 6)$.
-

- 3** A região representada a cor no referencial da figura ao lado é definida pela condição:

- (A) $y \leq x + 2 \wedge y \leq -x + 2 \wedge y \geq 0$;
(B) $y \leq -2x + 2 \wedge y \leq 2x + 2 \wedge y \geq 0$;
(C) $y \leq x \wedge y \leq -x \wedge y \geq 0$;
(D) $-2 < x < 2 \wedge -x + 2 \leq y \leq x + 2$.



- 4** Considera as rectas $r: (x, y) = (1, 2) + k(-3, 1)$, $k \in \mathbb{R}$ e $t: y = 4$.

A seguir apresentam-se quatro afirmações, das quais apenas uma delas está correcta. Qual?

- (A) A recta r é paralela à bissetriz dos quadrantes pares.
(B) A recta t é paralela ao eixo Oy .
(C) As rectas intersectam-se no ponto de coordenadas $(-5, 4)$.
(D) As rectas intersectam-se no ponto de coordenadas $(1, 2)$.
-

- 5** Considere as rectas r e s definidas pelas equações $r: y = 2x - 6$ e $s: y + 2x - 6 = 0$.

Relativamente às rectas r e s , pode afirmar que:

- (A) são estritamente paralelas;
(B) são coincidentes;
(C) intersectam-se no ponto de coordenadas $(3, 0)$;
(D) intersectam-se no ponto de coordenadas $(0, -6)$.
-

- 6** Qual das seguintes afirmações é verdadeira? No plano:

- (A) as rectas de equações $y = 3x - 1$ e $2x + y = 3$ não se intersectam.
(B) a recta de equação $y = x$ e o círculo definido pela condição $x^2 + y^2 \leq 1$ têm dois e só dois pontos em comum.
(C) uma recta que passe pela origem e que tenha declive $\frac{4}{5}$ pode ser representada pela equação $y = \frac{4}{5}x$.
(D) o declive de uma recta que contém os pontos $A \curvearrowright (-1, 5)$ e $B \curvearrowright (-3, 4)$ é dado pela fracção $\frac{5-4}{-3+1}$.