



MATEMÁTICA 10º A – T₂

Ficha de Trabalho 13 – Generalidades sobre funções

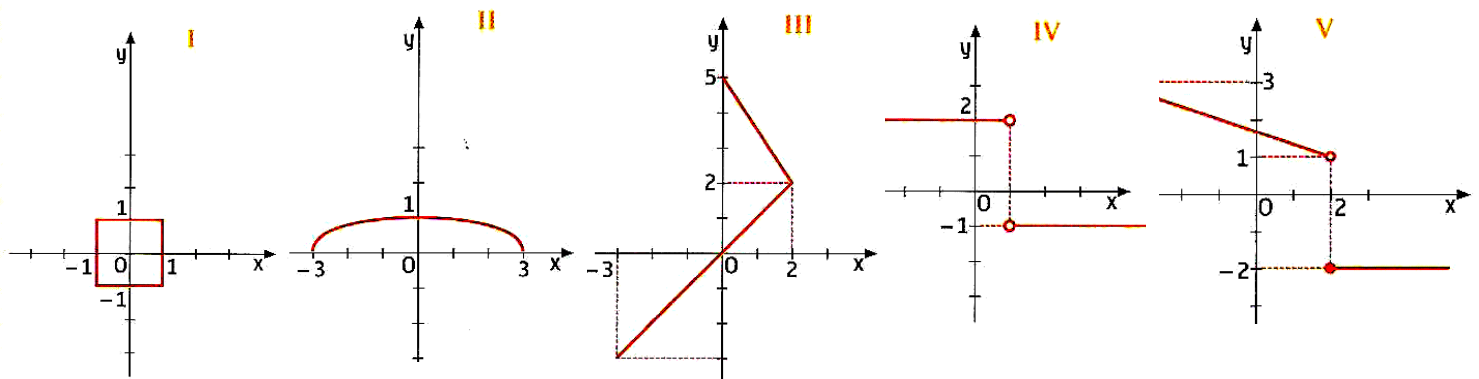
1. Noção de função

➤ **Função** é uma correspondência entre dois conjuntos **A** e **B**, em que todo o elemento x (**objecto**) do conjunto **A** (conjunto de partida) corresponde com **um e um só** elemento y (**imagem**) do conjunto **B** (conjunto de chegada).

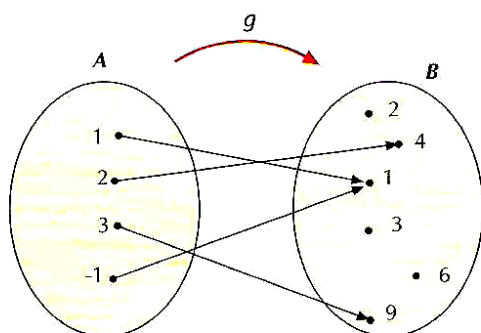
Simbolicamente, $f : A \rightarrow B$
 $x \quad y = f(x)$

- Ao conjunto dos objectos chamamos **Domínio** da função e representamos por **D**.
- Ao conjunto dos objectos chamamos **Contradomínio** da função e representamos por **D'**.

Ex1: Quais dos seguintes gráficos são representações de funções?



Ex2:

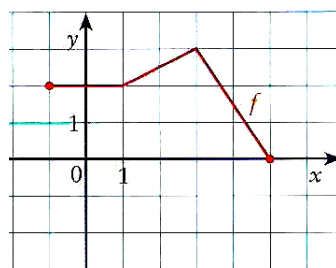


$D_g =$

$D'_g =$

$g(1) = \dots g(2) = \dots g(\dots) = 9$

Ex3:

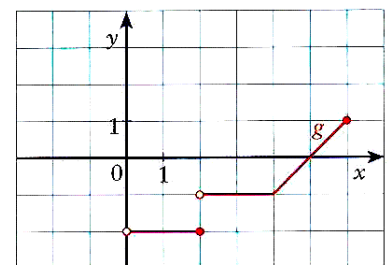


$D_f =$

$D'_f =$

$f(3) = \dots f(0) = \dots f(\dots) = 0$

Ex4:



$D_g =$

$D'_g =$

$g(1) = \dots g(0) = \dots g(\dots) = 1$

2. Zeros de uma função. Sinal de uma função.

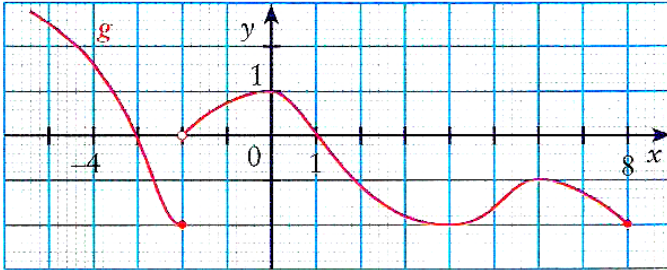
- **Zero** de uma função é todo o objecto que tem imagem nula.
Ou seja, **a** é um zero de uma função se e só se $f(a)=0$.

Ex5:

$$D_g =$$

$$D'_g =$$

Quadro de sinal:



Os Zeros da função são:

$$f(x) > 0, \text{ para}$$

$$f(x) \leq 0, \text{ para}$$

3. Monotonia de uma função

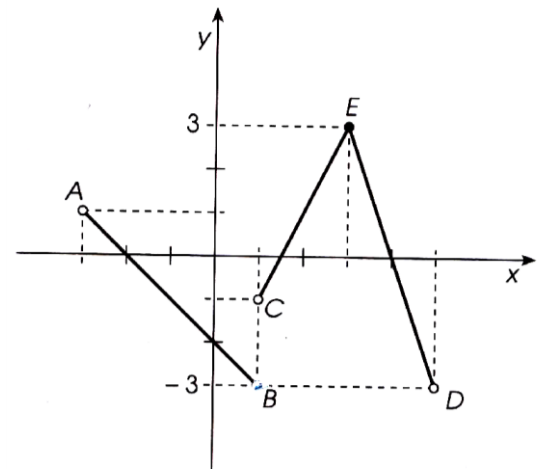
- Diz-se que uma função **f** é **crescente** num intervalo do domínio se, para todos os números reais **a** e **b** deste intervalo, sempre que se tem $a < b$ se tem $f(a) \leq f(b)$.
- Diz-se que uma função **f** é **decrescente** num intervalo do domínio se, para todos os números reais **a** e **b** deste intervalo, sempre que se tem $a < b$ se tem $f(a) \geq f(b)$.
- Uma função **f** é **constante** num intervalo do domínio se nesse intervalo todos os objectos tiverem a mesma imagem.
- **Extremos absolutos:**
- **f(a)** é **máximo absoluto** de **f** se, para todo o $x \in D$, $f(a) \geq f(x)$.
a diz-se um **maximizante** da função.
 - **f(b)** é **minímo absoluto** de **f** se, para todo o $x \in D$, $f(b) \leq f(x)$.
b diz-se um **minimizante** da função.

➤ **Extremos relativos:**

- $f(a)$ é **máximo relativo** de f se existir um intervalo aberto $]x_1, x_2[$ (intervalo do domínio da função a que pertence a), tal que para todo o $x \in]x_1, x_2[$, $f(a) \geq f(x)$.
 a diz-se um **maximizante** da função.
- $f(b)$ é **mínimo absoluto** de f se existir um intervalo aberto $]x_1, x_2[$ (intervalo do domínio da função a que pertence a), tal que para todo o $x \in]x_1, x_2[$, $f(b) \leq f(x)$.
 b diz-se um **minimizante** da função.

Ex6: Na figura está representada uma função f .

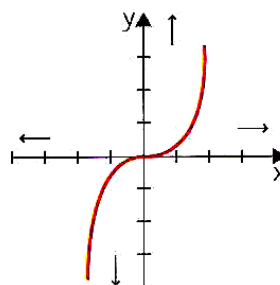
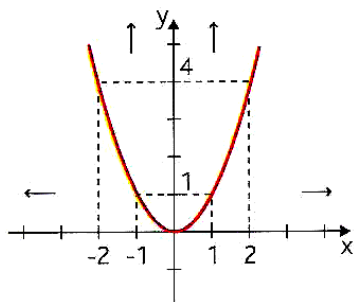
- 6.1. Indica **domínio** e o **contradomínio** de f .
- 6.2. Indica os **extremos da função** (máximos e mínimos absolutos e relativos).
- 6.3. Indica um **intervalo** onde f seja **negativa e crescente**.
- 6.4. Faz o **quadro de variação** da função.



4. Função par e função ímpar

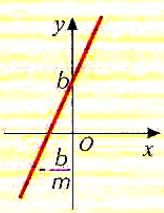
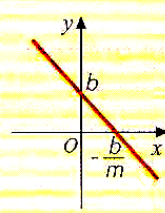
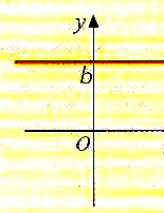
- Uma função diz-se **par** se, para todo o $x \in D$, $f(x) = f(-x)$. [Na prática, uma função é **par** se o seu gráfico for simétrico em relação ao eixo dos yy].
- Uma função diz-se **ímpar** se, para todo o $x \in D$, $f(-x) = -f(x)$. [Na prática, uma função é **ímpar** se o seu gráfico for simétrico em relação ao eixo dos yy].

Ex7:



5. Função Afim

➤ Uma função **afim** é definida por uma expressão do tipo $y = mx + b$, em que m é o declive da recta e b a ordenada na origem. O gráfico de uma função afim é uma recta.

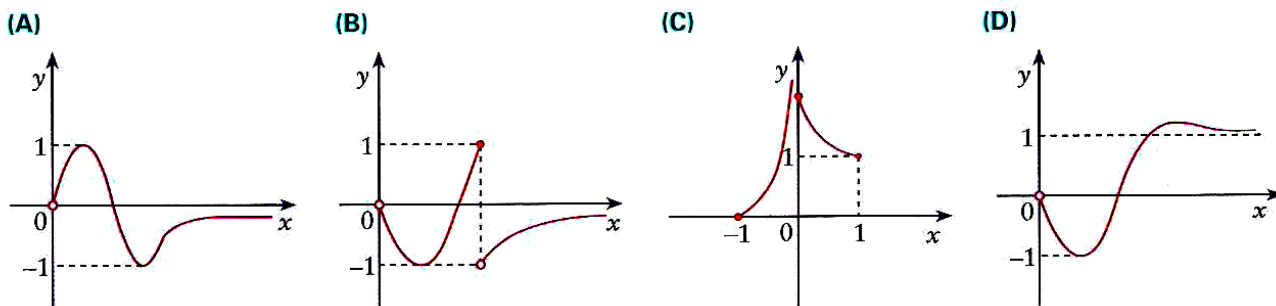
$f(x) = mx + b$	$m > 0$	$m < 0$	$m = 0$
Domínio	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
Contradomínio	\mathbb{R}	\mathbb{R}	$\{b\}$
Zeros	$-\frac{b}{m}$	$-\frac{b}{m}$	Não tem se $b \neq 0$. Todos os números reais se $b = 0$.
Representação gráfica			
Sinal	Se $x \in]-\infty, -\frac{b}{m}[$ é negativa. Se $x \in]-\frac{b}{m}, +\infty[$ é positiva.	Se $m \in]-\infty, -\frac{b}{m}[$ é positiva. Se $m \in]-\frac{b}{m}, +\infty[$ é negativa.	Toma o sinal de b .

Exercícios:

1. De uma função f sabe-se que:

- I) $D_f = \mathbb{R}^+$
- II) O contradomínio da função f é o intervalo $[-1, 1]$.
- III) A equação $f(x) = \frac{1}{2}$ admite uma, e uma só, solução.

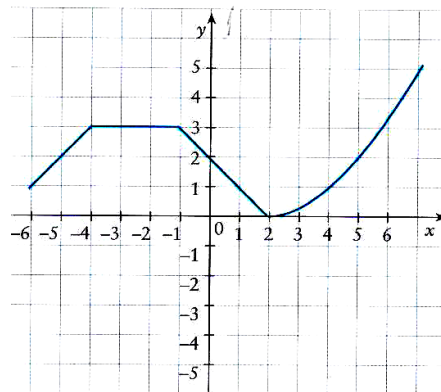
Uma possível **representação gráfica** de f é:



2. Considera a função f representada graficamente na figura ao lado:

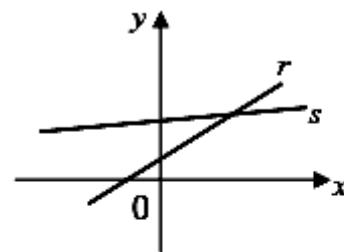
Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- (A) 3 é o máximo absoluto de f .
- (B) f é uma função ímpar.
- (C) f é estritamente crescente em $[2, +\infty[$.
- (D) f é positiva em todo o seu domínio.

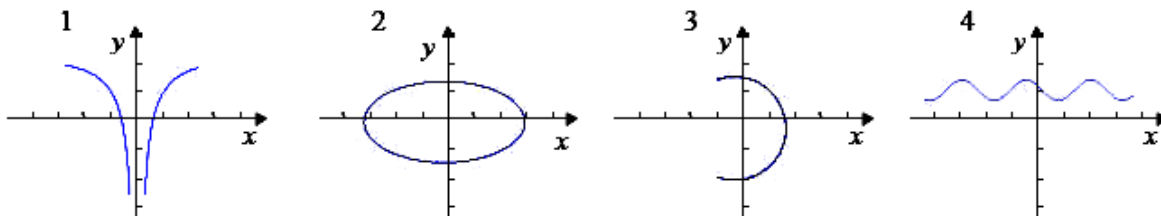


3. Considera as rectas r e s , representadas na figura ao lado. Sejam m_r e m_s os declives das rectas r e s , respectivamente; e b_r e b_s as ordenadas na origem das rectas r e s , respectivamente. Qual das seguintes afirmações é **verdadeira**?

- (A) $m_r < m_s$ e $b_r < b_s$
- (B) $m_r < m_s$ e $b_r > b_s$
- (C) $m_r > m_s$ e $b_r < b_s$
- (D) $m_r > m_s$ e $b_r > b_s$



4. Observa os seguintes gráficos.

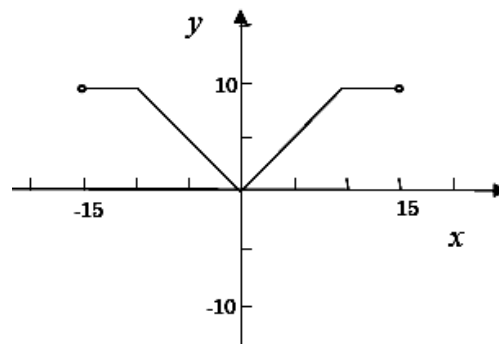


Quais dos gráficos acima **são** gráficos de **funções**?

- (A) Apenas o gráfico 1.
- (B) Os gráficos 2 e 4.
- (C) Os gráficos 1, 2 e 3.
- (D) Os gráficos 1 e 4.

5. Considera o gráfico da função f . Qual das seguintes afirmações é **verdadeira**?

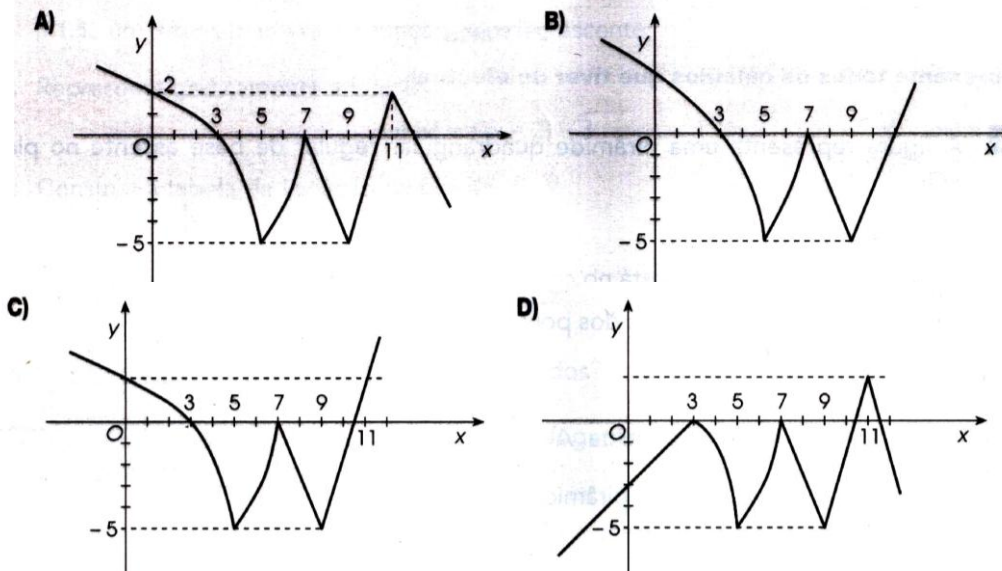
- (A) Para todo $x \in D_f$, $f(x) = f(-x)$.
- (B) A função é ímpar.
- (C) A função tem dois máximos relativos.
- (D) $D_f = [-15; 15]$.



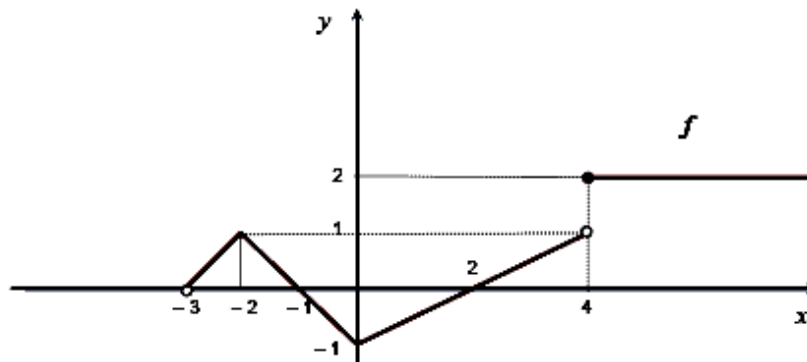
6. A tabela seguinte representa a variação da função f .

x	$-\infty$	3		5		7		9		11	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0	↘	-5	↗	0	↘	-5	↗	2	$-\infty$ ↘

Um possível gráfico representativo da função é:



7. A figura ao lado representa o gráfico da função f .



7.1. Indica o **domínio** e o **contradomínio** de f .

7.2. Indica os **zeros**, caso existam.

7.3. Constrói o **quadro de sinal** da função e indica o(s) **intervalo(s) onde $f(x) \geq 0$** .

7.4. Indica um **intervalo** onde a função seja simultaneamente **crescente** e **negativa**.

7.5. Indica os **intervalos de monotonia** da função.

7.6. Indica o **conjunto solução** de cada uma das seguintes condições:

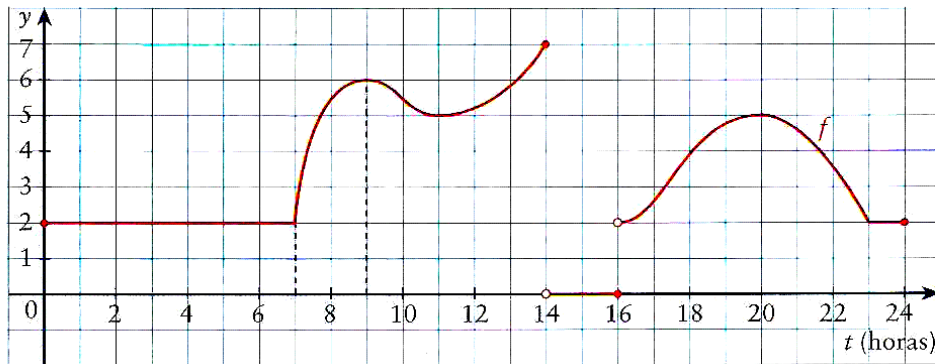
7.6.1. $f(x) = -1$

7.6.2. $f(x) \geq 1$

7.7. A função é **injectiva**? **Justifica**

7.8. Para valores de x muito grandes, que valores obtemos para y ?

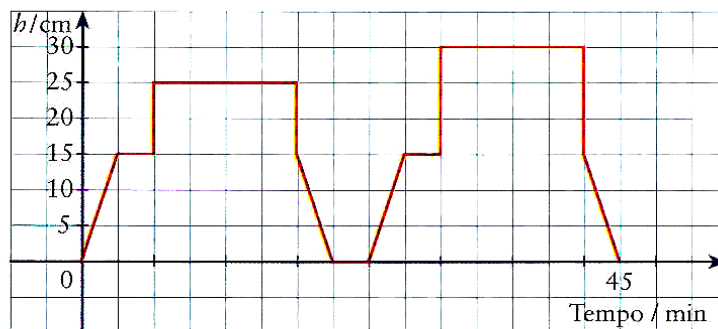
8. O gráfico seguinte mostra o consumo de electricidade da casa da Joana, durante um dia.



- 8.1 Em que intervalos de tempo o consumo foi constante?
- 8.2 A Joana tinha electrodomésticos ligados durante a noite? Justifique a resposta.
- 8.3 Durante o dia houve um corte de corrente. A que horas e durante quanto tempo isso ocorreu?
- 8.4 Considere a função real de variável real, f , de domínio $[0, 24]$, representada graficamente.

Indique:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| a) os zeros da função; | b) o máximo absoluto; |
| c) os máximos relativos; | d) os mínimos relativos; |
| e) os maximizantes; | f) os minimizantes. |
- 8.5 Durante o período em que houve um corte de corrente a Joana resolveu dar banho aos cães. Primeiro deu banho ao Tico e depois ao Teco. No gráfico seguinte pode-se observar a altura da água na banheira, o tempo que demorou a encher a banheira e o tempo que a Joana demorou a dar banho aos seus cães.



Numa composição matemática, de 10 a 15 linhas, aproximadamente, descreva o que aconteceu.

Explique, também, se o gráfico representa ou não uma função e qual dos dois cães é maior.