



# MATEMÁTICA 10º A – T<sub>2</sub>

## Ficha de Trabalho 13 – Generalidades sobre funções

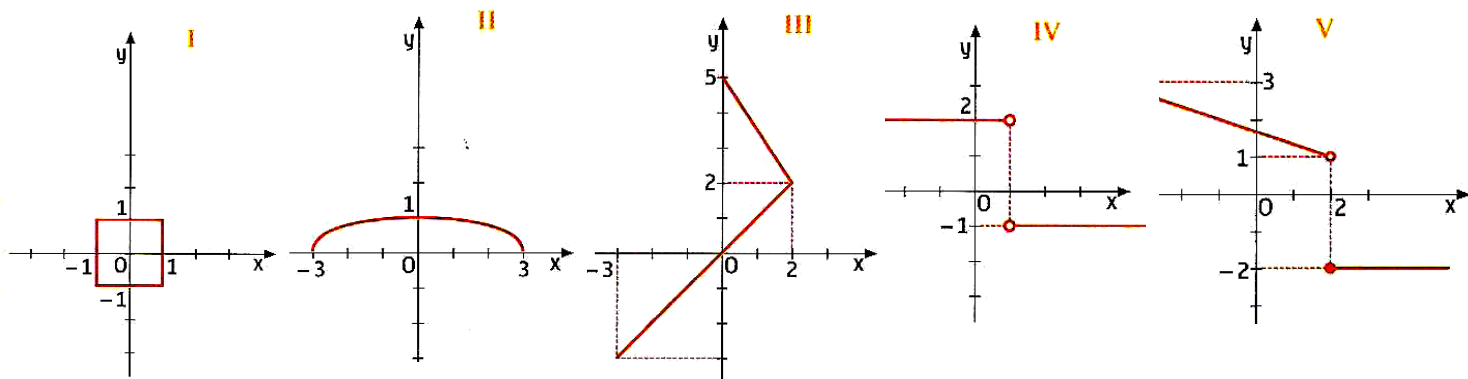
### 1. Noção de função

➤ **Função** é uma correspondência entre dois conjuntos **A** e **B**, em que todo o elemento  $x$  (**objecto**) do conjunto **A** (conjunto de partida) corresponde com **um e um só** elemento  $y$  (**imagem**) do conjunto **B** (conjunto de chegada).

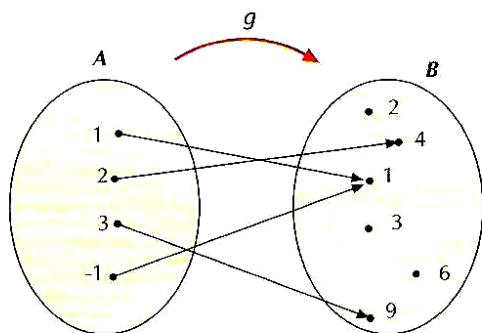
Simbolicamente,  $f : A \rightarrow B$   
 $x \quad y = f(x)$

- Ao conjunto dos objectos chamamos **Domínio** da função e representamos por **D**.
- Ao conjunto dos objectos chamamos **Contradomínio** da função e representamos por **D'**.

**Ex1:** Quais dos seguintes gráficos são representações de funções?



**Ex2:**

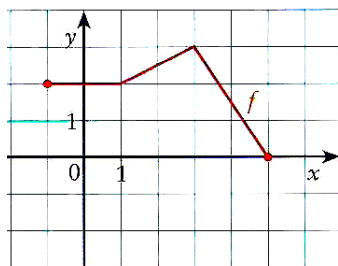


$D_g =$

$D'_g =$

$g(1) = \dots \quad g(2) = \dots \quad g(\dots) = 9$

**Ex3:**

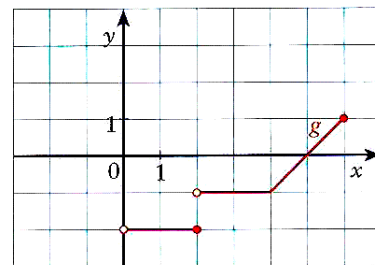


$D_f =$

$D'_f =$

$f(3) = \dots \quad f(0) = \dots \quad f(\dots) = 0$

**Ex4:**



$D_g =$

$D'_g =$

$g(1) = \dots \quad g(0) = \dots \quad g(\dots) = 1$

## 2. Zeros de uma função. Sinal de uma função.

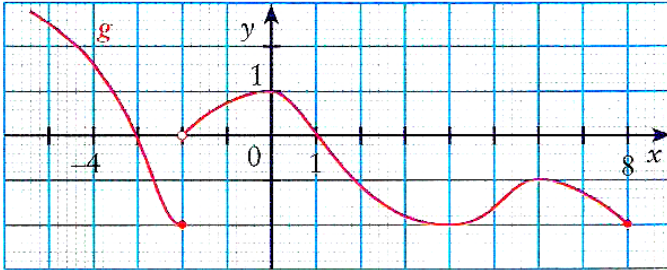
- **Zero** de uma função é todo o objecto que tem imagem nula.  
Ou seja,  $a$  é um zero de uma função se e só se  $f(a)=0$ .

**Ex5:**

$D_g =$

$D'_g =$

Quadro de sinal:



Os Zeros da função são:

$f(x) > 0$ , para

$f(x) \leq 0$ , para

## 3. Monotonia de uma função

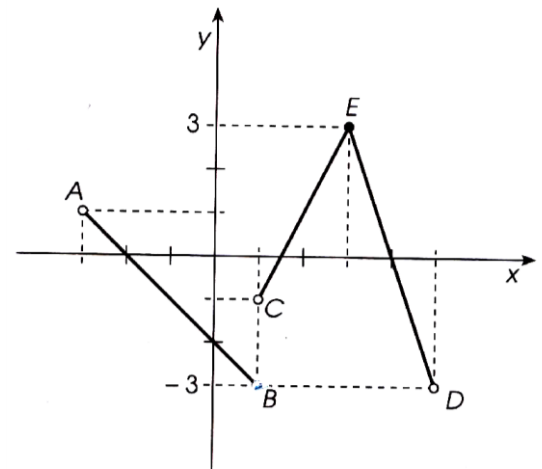
- Diz-se que uma função  $f$  é **crescente** num intervalo do domínio se, para todos os números reais  $a$  e  $b$  deste intervalo, sempre que se tem  $a < b$  se tem  $f(a) \leq f(b)$ .
- Diz-se que uma função  $f$  é **decrescente** num intervalo do domínio se, para todos os números reais  $a$  e  $b$  deste intervalo, sempre que se tem  $a < b$  se tem  $f(a) \geq f(b)$ .
- Uma função  $f$  é **constante** num intervalo do domínio se nesse intervalo todos os objectos tiverem a mesma imagem.
- **Extremos absolutos:**
- $f(a)$  é **máximo absoluto** de  $f$  se, para todo o  $x \in D$ ,  $f(a) \geq f(x)$ .  
 $a$  diz-se um **maximizante** da função.
  - $f(b)$  é **mínimo absoluto** de  $f$  se, para todo o  $x \in D$ ,  $f(b) \leq f(x)$ .  
 $b$  diz-se um **minimizante** da função.

➤ **Extremos relativos:**

- $f(a)$  é **máximo relativo** de  $f$  se existir um intervalo aberto  $]x_1, x_2[$  (intervalo do domínio da função a que pertence  $a$ ), tal que para todo o  $x \in ]x_1, x_2[$ ,  $f(a) \geq f(x)$ .  
 $a$  diz-se um **maximizante** da função.
- $f(b)$  é **mínimo absoluto** de  $f$  se existir um intervalo aberto  $]x_1, x_2[$  (intervalo do domínio da função a que pertence  $a$ ), tal que para todo o  $x \in ]x_1, x_2[$ ,  $f(b) \leq f(x)$ .  
 $b$  diz-se um **minimizante** da função.

**Ex6:** Na figura está representada uma função  $f$ .

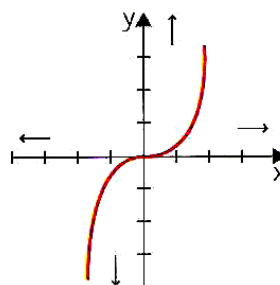
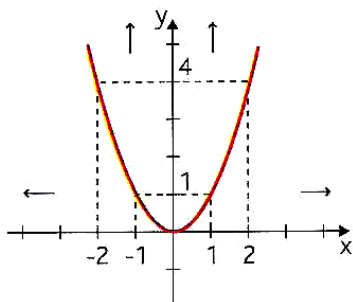
- 6.1. Indica **domínio** e o **contradomínio** de  $f$ .
- 6.2. Indica os **extremos da função** (máximos e mínimos absolutos e relativos).
- 6.3. Indica um **intervalo** onde  $f$  seja **negativa e crescente**.
- 6.4. Faz o **quadro de variação** da função.



#### 4. Função par e função ímpar

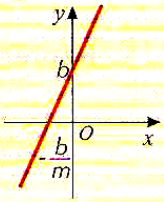
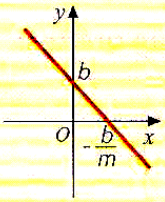
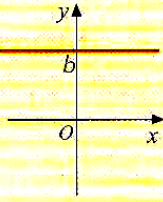
- Uma função diz-se **par** se, para todo o  $x \in D$ ,  $f(x) = f(-x)$ . [Na prática, uma função é **par** se o seu gráfico for simétrico em relação ao eixo dos  $yy$ ].
- Uma função diz-se **ímpar** se, para todo o  $x \in D$ ,  $f(-x) = -f(x)$ . [Na prática, uma função é **ímpar** se o seu gráfico for simétrico em relação ao eixo dos  $yy$ ].

**Ex7:**



## 5. Função Afim

➤ Uma função **afim** é definida por uma expressão do tipo  $y = mx + b$ , em que  $m$  é o declive da recta e  $b$  a ordenada na origem. O gráfico de uma função afim é uma recta.

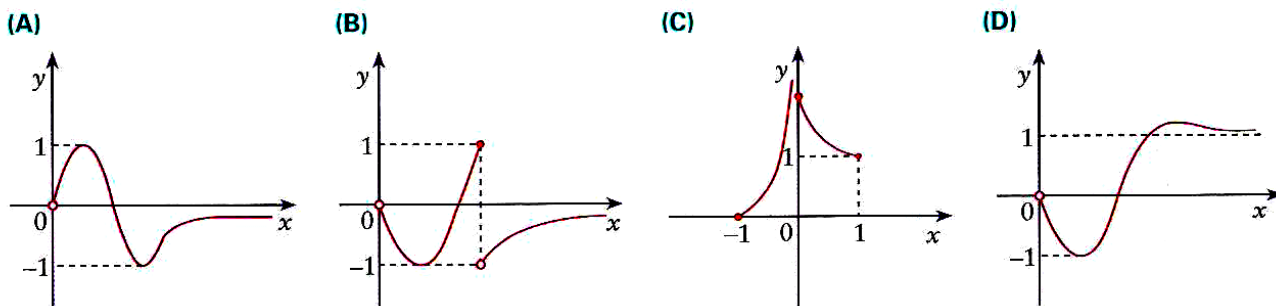
$f(x) = mx + b$	$m > 0$	$m < 0$	$m = 0$
Domínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$
Contradomínio	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}$	$\{b\}$
Zeros	$-\frac{b}{m}$	$-\frac{b}{m}$	Não tem se $b \neq 0$ . Todos os números reais se $b = 0$ .
Representação gráfica			
Sinal	Se $x \in ]-\infty, -\frac{b}{m}[$ é negativa. Se $x \in ]-\frac{b}{m}, +\infty[$ é positiva.	Se $m \in ]-\infty, -\frac{b}{m}[$ é positiva. Se $m \in ]-\frac{b}{m}, +\infty[$ é negativa.	Toma o sinal de $b$ .

### Exercícios:

1. De uma função  $f$  sabe-se que:

- I)  $D_f = \mathbb{R}^+$
- II) O contradomínio da função  $f$  é o intervalo  $[-1, 1]$ .
- III) A equação  $f(x) = \frac{1}{2}$  admite uma, e uma só, solução.

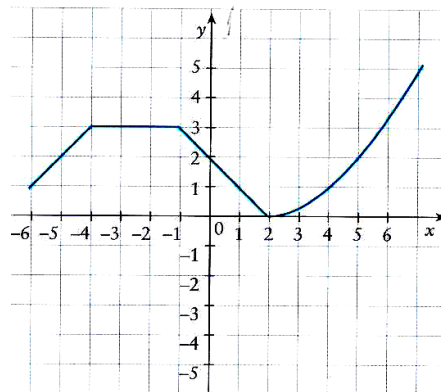
Uma possível **representação gráfica** de  $f$  é:



2. Considera a função  $f$  representada graficamente na figura ao lado:

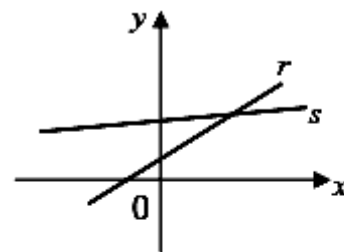
Qual das afirmações seguintes é **verdadeira**?

- (A) 3 é o máximo absoluto de  $f$ .
- (B)  $f$  é uma função ímpar.
- (C)  $f$  é estritamente crescente em  $[2, +\infty[$ .
- (D)  $f$  é positiva em todo o seu domínio.

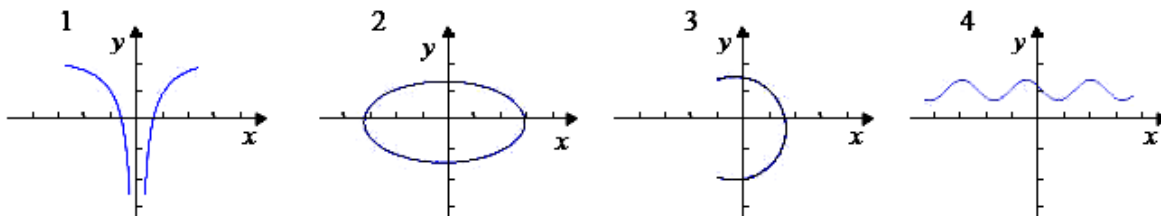


3. Considera as rectas  $r$  e  $s$ , representadas na figura ao lado. Sejam  $m_r$  e  $m_s$  os declives das rectas  $r$  e  $s$ , respectivamente; e  $b_r$  e  $b_s$  as ordenadas na origem das rectas  $r$  e  $s$ , respectivamente. Qual das seguintes afirmações é **verdadeira**?

- (A)  $m_r < m_s$  e  $b_r < b_s$
- (B)  $m_r < m_s$  e  $b_r > b_s$
- (C)  $m_r > m_s$  e  $b_r < b_s$
- (D)  $m_r > m_s$  e  $b_r > b_s$



4. Observa os seguintes gráficos.

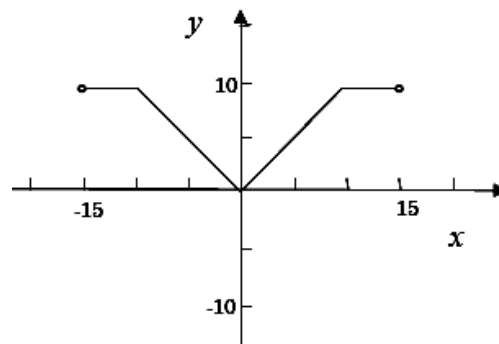


Quais dos gráficos acima **são** gráficos de **funções**?

- (A) Apenas o gráfico 1.
- (B) Os gráficos 2 e 4.
- (C) Os gráficos 1, 2 e 3.
- (D) Os gráficos 1 e 4.

5. Considera o gráfico da função  $f$ . Qual das seguintes afirmações é **verdadeira**?

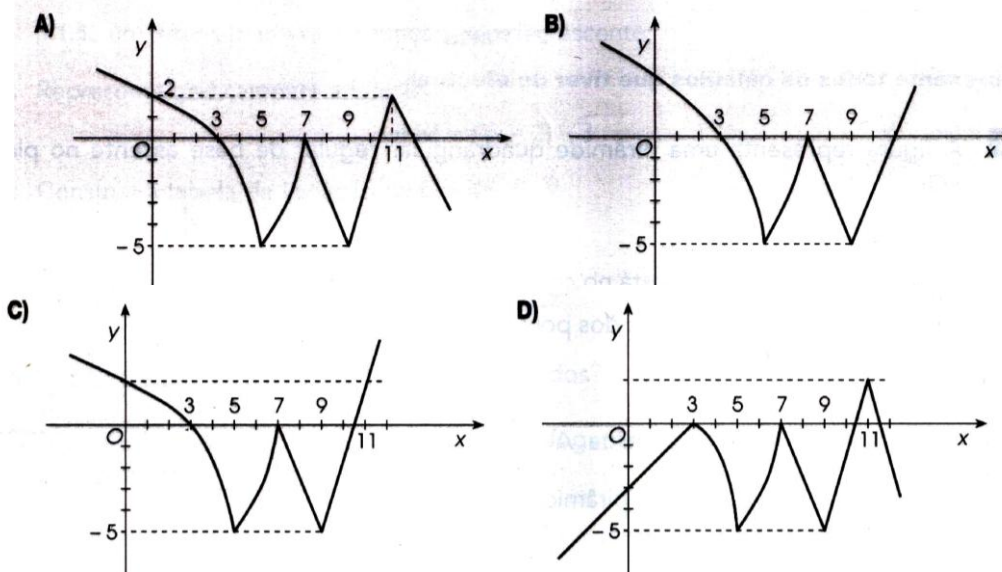
- (A) Para todo  $x \in D_f$ ,  $f(x) = f(-x)$ .
- (B) A função é ímpar.
- (C) A função tem dois máximos relativos.
- (D)  $D_f = [-15; 15]$ .



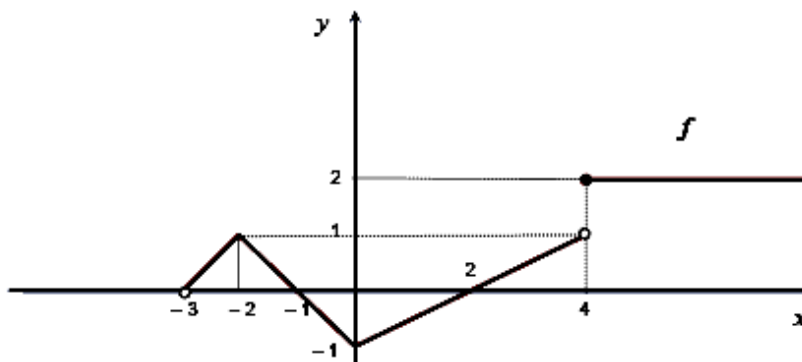
6. A tabela seguinte representa a variação da função  $f$ .

$x$	$-\infty$	3		5		7		9		11	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0	↘	-5	↗	0	↘	-5	↗	2	$-\infty$ ↘

Um possível gráfico representativo da função é:



7. A figura ao lado representa o gráfico da função  $f$ .



7.1. Indica o **domínio** e o **contradomínio** de  $f$ .

7.2. Indica os **zeros**, caso existam.

7.3. Constrói o **quadro de sinal** da função e indica o(s) **intervalo(s) onde  $f(x) \geq 0$** .

7.4. Indica um **intervalo** onde a função seja simultaneamente **crescente** e **negativa**.

7.5. Indica os **intervalos de monotonia** da função.

7.6. Indica o **conjunto solução** de cada uma das seguintes condições:

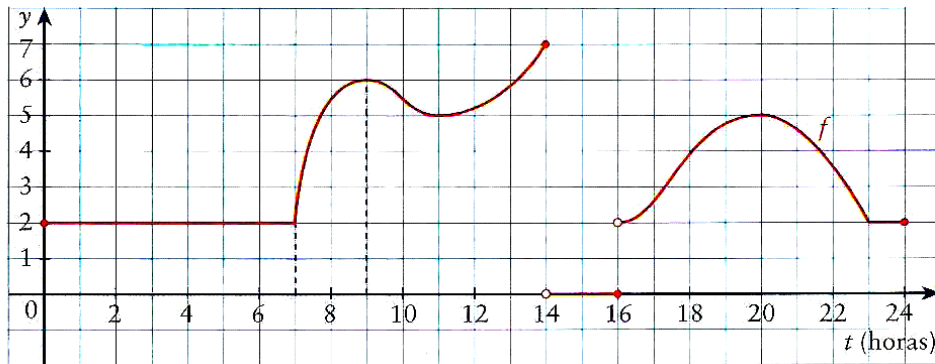
7.6.1.  $f(x) = -1$

7.6.2.  $f(x) \geq 1$

7.7. A função é **injectiva**? **Justifica**

7.8. Para valores de  $x$  muito grandes, que valores obtemos para  $y$ ?

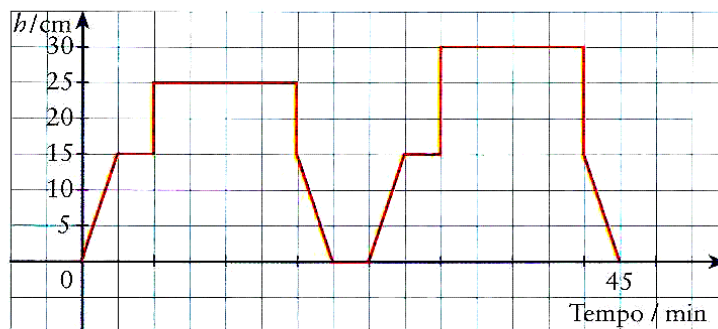
8. O gráfico seguinte mostra o consumo de electricidade da casa da Joana, durante um dia.



- 8.1 Em que intervalos de tempo o consumo foi constante?
- 8.2 A Joana tinha electrodomésticos ligados durante a noite? Justifique a resposta.
- 8.3 Durante o dia houve um corte de corrente. A que horas e durante quanto tempo isso ocorreu?
- 8.4 Considere a função real de variável real,  $f$ , de domínio  $[0, 24]$ , representada graficamente.

Indique:

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| a) os zeros da função;   | b) o máximo absoluto;    |
| c) os máximos relativos; | d) os mínimos relativos; |
| e) os maximizantes;      | f) os minimizantes.      |
- 8.5 Durante o período em que houve um corte de corrente a Joana resolveu dar banho aos cães. Primeiro deu banho ao Tico e depois ao Teco. No gráfico seguinte pode-se observar a altura da água na banheira, o tempo que demorou a encher a banheira e o tempo que a Joana demorou a dar banho aos seus cães.



Numa composição matemática, de 10 a 15 linhas, aproximadamente, descreva o que aconteceu.

Explique, também, se o gráfico representa ou não uma função e qual dos dois cães é maior.