MATEMÁTICA 11º PG

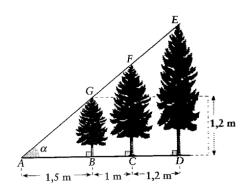
Ficha de Trabalho 1

Revisões de Trigonometria: Resolução de problemas envolvendo triângulos rectângulos

Actividade inicial

Triânguios semelhantes

Observe a figura.



- 1.1 Justifique que são semelhantes entre si os triângulos [ABG], [ACF] e [ADE].
- 1.2 Copie e complete:

a)
$$\frac{\overline{GB}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{FC}}{\cdots}$$
;

b)
$$\frac{\overline{ED}}{\overline{DA}} = \frac{\overline{GB}}{\cdots}$$
.

1.3 Calcule:

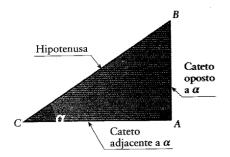
b)
$$\overline{ED}$$
.

Teoria

Razões trigonométricas de um ângulo agudo

Objectivo

Escrever as razões trigonométricas de um ângulo agudo de um triângulo rectângulo. Num triângulo rectângulo os lados têm nomes específicos, como se mostra na figura.



Na resolução da actividade anterior verificou-se que relativamente ao ângulo α era constante a razão entre o comprimento do cateto oposto e o comprimento do cateto adjacente. Também são constantes outras razões, vamos então destacar três, a que chamamos razões trigonométricas do ângulo α .

- 1. Adjacente quer dizer situado junto a outro, contíguo, próximo.
- 2. A hipotenusa e os catetos de um triângulo são segmentos de recta, mas também se chama hipotenusa e catetos aos comprimentos dos respectivos segmentos de recta.
- **3.** As palavras seno, co-seno e tangente foram introduzidas no século XVIII por matemáticos ingleses.
- seno de $\alpha = \sin \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto oposto}}{\text{comprimento da hipotenusa}}$
- co-seno de $\alpha = \cos \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto adjacente}}{\text{comprimento da hipotenusa}}$
- tangente de $\alpha = \tan \alpha = \frac{\text{comprimento do cateto oposto}}{\text{comprimento do cateto adjacente}}$

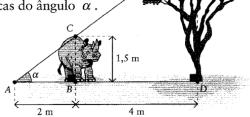
Note, desde já, que, se $\cos \alpha \neq 0$, $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

Observe a figura ao lado.

- 1.1 A que altura do solo está o macaco?
- 1.2 Determine as razões trigonométricas do ângulo α .

Resolução

1.1 Os triângulos [ABC] [ADE] são semelhantes, pois têm de um para o outro dois ângulos geometricamente



iguais, o ângulo α que é comum aos dois triângulos e um ângulo recto.

Então:
$$\frac{\overline{ED}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$$
; $\frac{\overline{ED}}{1,5} = \frac{6}{2}$; $\overline{ED} = 4,5$.

O macaco está a 4,5 m de altura.

1.2 Consideremos o triângulo [ABC].

$$\overline{AC} = \sqrt{1,5^2 + 2^2}$$

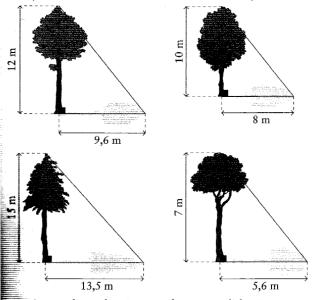
 $\overline{AC} = \sqrt{1,5^2 + 2^2}$ Pela aplicação do Teorema de Pitágoras

$$\overline{AC} = \sqrt{6,25}$$
; $\overline{AC} = 2,5$

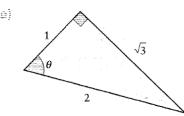
Então:
$$\tan \alpha = \frac{1,5}{2} = 0,75$$
; $\cos \alpha = \frac{2}{2,5} = 0,8$; $\sin \alpha = \frac{1,5}{2,5} = 0,6$.

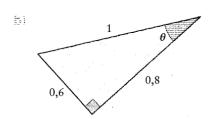
1.1 Observe a figura onde estão representadas várias árvores e a respectiva sombra.

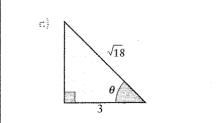
(Os desenhos não estão feitos à escala)



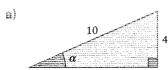
1.2 Para cada um dos triângulos determine o valor exacto das razões trigonométricas do ângulo θ .

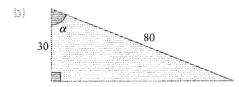






2.1 Observe cada uma das seguintes figuras e determine, em cada caso, a amplitude do ângulo α .





2.2 Determine $\sin \alpha$, sabendo que $\tan \alpha = 3.5$.

Resolução

2.1 a) Acerca do ângulo α conhecemos o cateto oposto e a hipotenusa. Temos que:

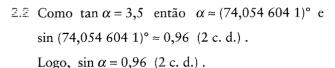
$$\sin \alpha = \frac{4}{10} .$$

Logo, $\alpha = (23,58)^{\circ} (2 \text{ c. d.})$.

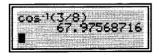
b) Acerca do ângulo α conhecemos o cateto adjacente e a hipotenusa. Temos que: $\cos \alpha = \frac{30}{80} \iff \cos \alpha = \frac{3}{8}$.

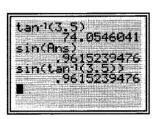
$$\cos \alpha = \frac{30}{80} \iff \cos \alpha = \frac{3}{8}$$

Logo, $\alpha = (67,98)^{\circ} (2 \text{ c. d.})$.

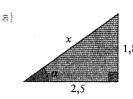


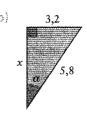






2.1 Para cada um dos triângulos, determine x e as razões trigonométricas do ângulo α (apresente os resultados com duas casas decimais).





- 2.2 Use a calculadora para determinar, com duas casas decimais, $\sin \alpha$, sabendo que:
 - a) $\tan \alpha = 3$;
 - b) $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

2.3 Use a calculadora para determinar $\tan \alpha$, com duas casas decimais, sabendo que:

$$\sin \alpha = 0.6;$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{8}.$$

2.4 A professora pediu ao António e ao João para encontrarem um valor aproximado com duas casas decimais de:

$$\sin 32^{\circ} + \cos 25^{\circ}$$

O António deu como resposta 1,44 e o João 1,54.

Qual das duas respostas está correcta?

Indique uma justificação possível para o erro cometido.

Observe a figura ao lado.

De acordo com os dados, determine um valor aproximado para a altura da torre da Pousada de Santa Marinha (em Guimarães).



Seja x a altura, em metros, da torre.

Tem-se que:

$$\tan (51^\circ) = \frac{x}{19,5}$$



 $x = 19,5 \times \tan(51^{\circ})$

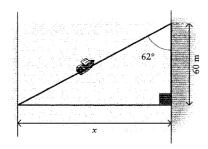
Logo, $x \approx 24 \text{ m}$.

A torre da pousada de Santa Marinha tem, aproximadamente, 24 metros de altura.

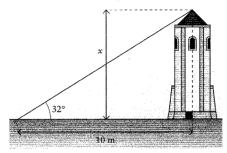
Verifica 3

Observe as figuras e, de acordo com os dados, determine, em metros:

a largura do rio (com aproximação às unidades);



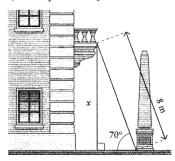
3.2 a altura da torre (com aproximação às centésimas);



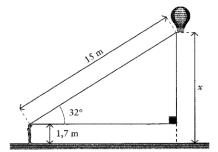
Pousada de Santa Marinha

Guimarães

3.3 a altura da varanda (com aproximação às centésimas);



3.4 a altura a que está o balão (com aproximação às décimas).



rof. João Narciso