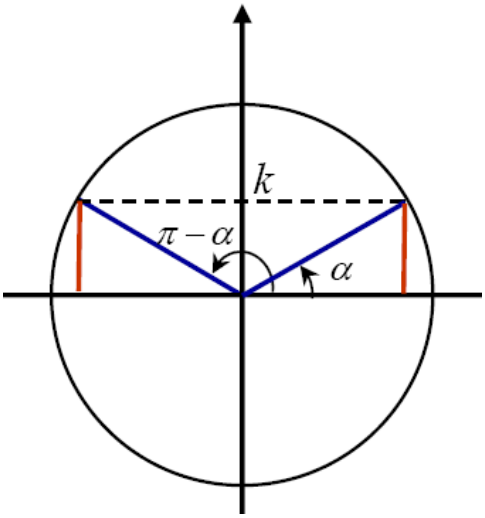
MATEMÁTICA 11º PG

Ficha de Trabalho 5 - Equações trigonométricas

1. Equações do tipo: $sen\, x = k$ (só são possíveis se $-1 \le k \le 1$)



$$sen\, x = k \Leftrightarrow sen\, x = sen\, \alpha \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \alpha + 2k\pi \vee x = \pi - \alpha + 2k\pi, \quad k \in Z$$

Exemplo 1:

$$sen\, x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow sen\, x = sen\, \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \pi - \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in Z \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{6\pi}{6} - \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in Z \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{6\pi}{6} - \frac{\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in Z$$

Exercícios:

1. Resolve as seguintes equações em *R*:

1.1. $sen\, x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

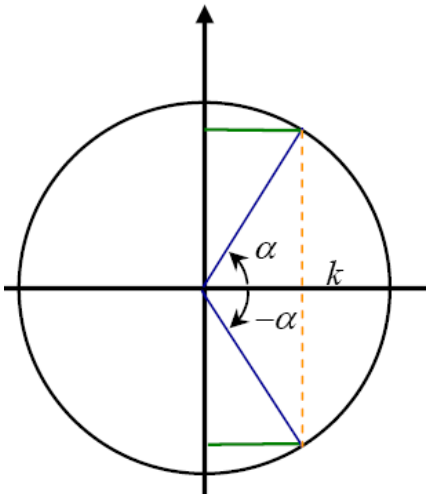
1.2. $sen\, x = 3$

1.3. $2sen\, x = -1$

1.4. $-2sen\, x = \sqrt{2}$

1.5. $1 + sen\, x = 0$

2. Equações do tipo: $\cos x = k$ (só são possíveis se $-1 \leq k \leq 1$)



$$\cos x = k \Leftrightarrow \cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \pm\alpha + 2k\pi, \quad k \in Z$$

Exemplo 2:

$$\cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \cos x = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \quad k \in Z$$

Exercícios:

2. Resolve as seguintes equações em *R*:

2.1. $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

2.2. $2\cos x = -1$

2.3. $-2\cos x = \sqrt{2}$

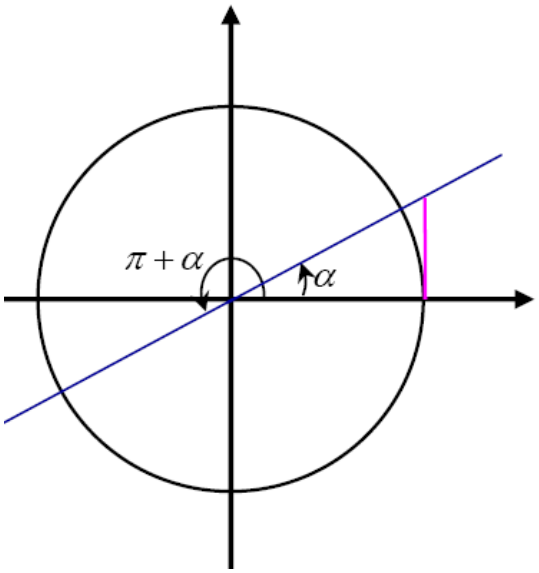
2.4. $1 + \cos x = 0$

2.5. $\cos(2x) = \frac{1}{2}$

2.6. $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0$

2.7. $2 + \cos x = 0$

3. Equações do tipo: $\tan x = k$



$$\tan x = k \Leftrightarrow \tan x = \tan \alpha \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \alpha + k\pi, \quad k \in Z$$

Exemplo 3:

$$\tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, \quad k \in Z$$

Exercícios:

3. Resolve as seguintes equações em *R*:

3.1. $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

3.2. $\tan x = -1$

3.3. $-3\tan x = \sqrt{3}$

3.4. $\sqrt{3} + \tan x = 0$

3.5. $\tan(2x) = 1$

3.6. $\tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$