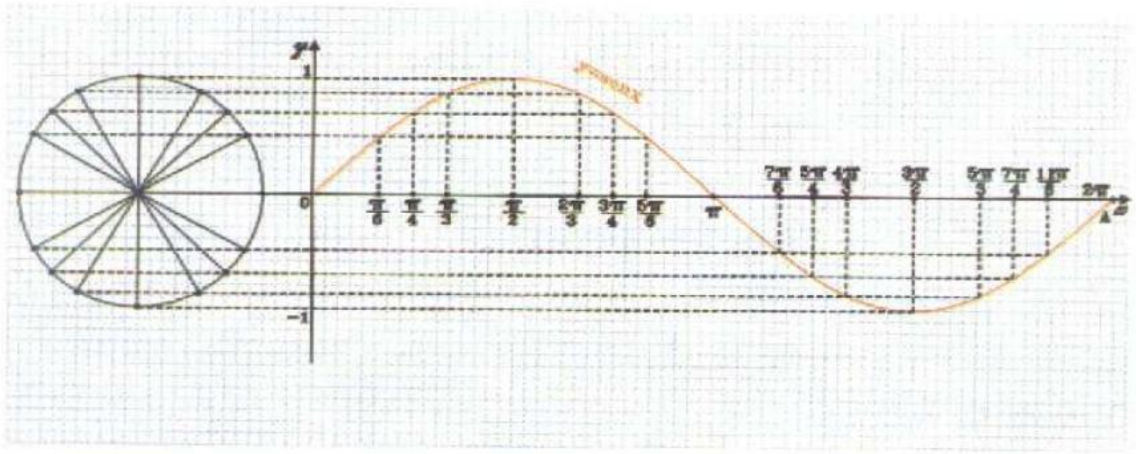
MATEMÁTICA 11º PG

Ficha de Trabalho 6 - Funções trigonométricas

Função Seno

Representação gráfica no intervalo $[0, 2\pi]$

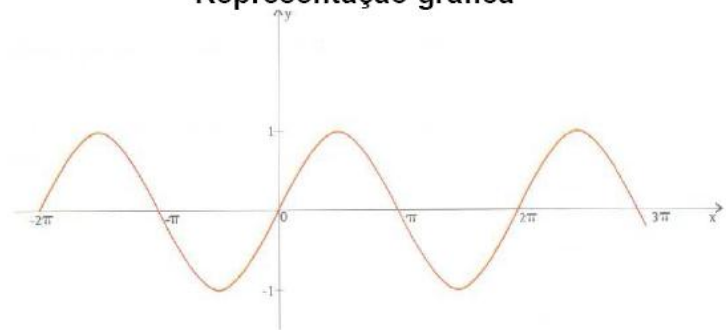


Representação gráfica

Função seno

$f : R \to R$

$x \mapsto sin\, x$



Estudo da função

- Domínio: |R; Contradomínio: $[-1,1]$.
- Período 2π .
- Função ímpar ($f(-x) = -f(x) \quad \forall x \in D_f$, o gráfico é simétrico em relação à origem);
- Não é injectiva (há objectos diferentes com a mesma imagem);
- Os zeros são dados pela expressão $x = k\pi, \ k \in Z$;
- O mínimo é –1 para $x = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, \ k \in Z$ e omáximo é 1 para $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \ k \in Z$;

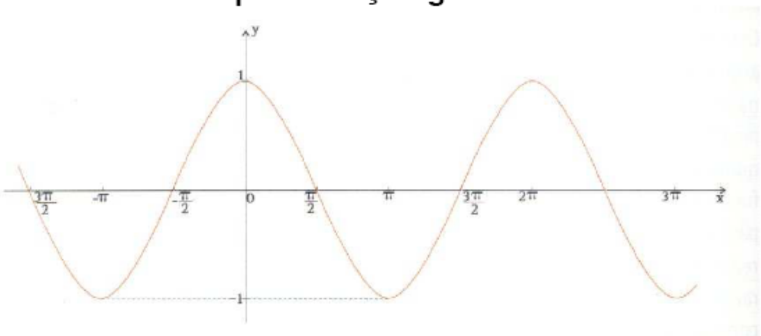
- É crescente nos intervalos $\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi; \frac{\pi}{2}+2k\pi\right], \ k \in Z$;
- É decrescente nos intervalos $\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi; \frac{3\pi}{2}+2k\pi\right], \ k \in Z$;
- O seno é uma função contínua em $\mathbb{R}$.

Função Co-seno

Representação gráfica

Função Co-seno

$$f : R \rightarrow R$$
$$x \mapsto cos\, x$$



Estudo da função

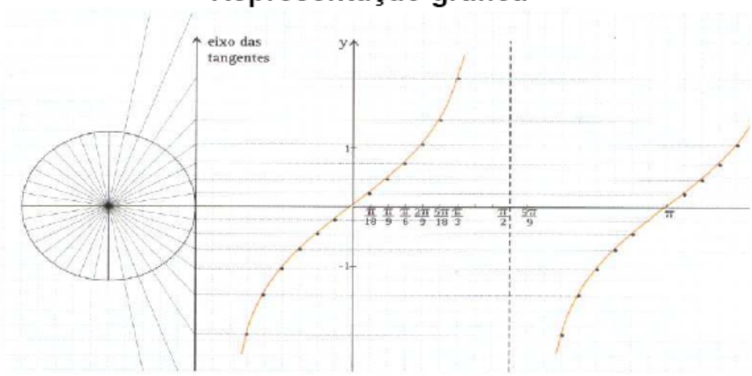
- Domínio $\mathbb{R}$;   Contradomínio: $[-1,1]$:
- Período 2π .
- Função par ($f(-x)=f(x), \ \forall x \in D_f$, o gráfico é simétrico em relação ao eixo Oy);
- Não é injectiva (há objectos diferentes com a mesma imagem);
- Os zeros são dados pela expressão $x=\frac{\pi}{2}+k\pi, \ k \in Z$;
- O máximo é 1 para $x=2k\pi, \ k \in Z$ e o mínimo é 1 para $x=\pi+2k\pi, \ k \in Z$;
- É decrescente nos intervalos $[2k\pi; \pi+2k\pi], \ k \in Z$;
- É crescente nos intervalos $[\pi+2k\pi; 2\pi+2k\pi], \ k \in Z$;
- O co-seno é uma função contínua em $\mathbb{R}$.

Função tangente

Função tangente

$$f : R \to R$$
$$x \mapsto tgx$$

Representação gráfica



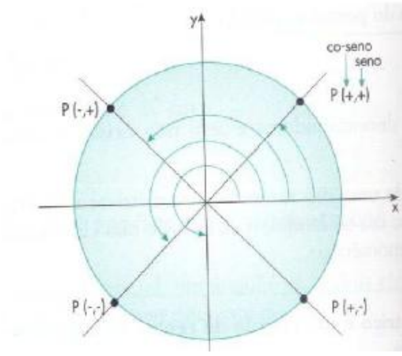
Estudo da função

- Domínio: $\mathbb{R} \setminus \{x \in R : x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in Z\}$; Contradomínio: $\mathbb{R}$
- Função ímpar ($f(-x) = -f(x),\ \forall x \in D_f$, o gráfico é simétrico em relação à origem);
- Não é injectiva (há objectos diferentes com a mesma imagem);
- Os zeros são dados pela expressão $x = k\pi,\ \ k \in Z$;
- Não tem extremos;
- A função é crescente e contínua em cada um dos intervalos $\left]-\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi\right[$, $k \in Z$;
- O gráfico da tangente tem assimptotas verticais, as rectas de equação $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$.

Algumas Notas:

Sinal das razões trigonométricas

	1º Quadrante	2º Quadrante	3º Quadrante	4º Quadrante
Co-seno	+	-	-	+
Seno	+	+	-	-
Tangente	+	-	+	-

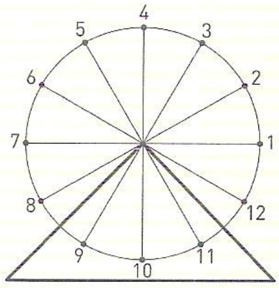


Uma função <u>*f* é periódica</u> se existe um número real positivo, *p*, tal que $f(t+p) = f(t),\ \forall t$

Se há um número positivo mínimo que possa ser atribuído a *p* então diz-se o <u>período mínimo positivo</u>.

(Exercício retirado do manual da Lisboa Editora):

Resolver problemas que envolvem funções trigonométricas.



A função d, já estudada no início deste capitulo, faz corresponder a cada segundo t a distância, em metros, da cadeira 1 ao solo, após a roda começar a girar.
A expressão analítica da função d é dada por:

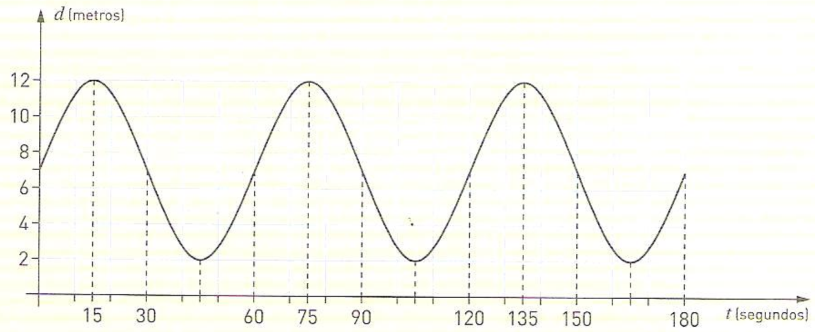
$$d(t) = 7 + 5 \text{ sen} \left(\frac{\pi t}{30}\right)$$

2.1 Determina analiticamente a distância da cadeira 1 ao solo no instante em que a roda começa a girar.

2.2 Passados 20 segundos, qual a distância da cadeira 1 ao solo?

2.3 Determina analiticamente $d(10)$, $d(12)$ e $d(40)$. Apresenta os resultados arredondados à unidade.

2.4 Recorda a representação gráfica desta função durante os primeiros três minutos.



a) Indica quanto tempo demora a cadeira 1 a dar uma volta completa.

b) Num minuto, quantas vezes está a cadeira 1 a nove metros do solo?

c) Ao fim de quanto tempo, está a cadeira 1, pela primeira vez, à distância máxima do solo?

d) Calcula o perímetro desta roda gigante.

2.5 Resolve, na calculadora, as seguintes equações no intervalo $[0, 60]$:

a) $d(t) = 9{,}5$ **b)** $d(t) = 12$ **c)** $d(t) = 5$ **d)** $d(t) = 0$

Escreve um pequeno texto onde expliques o significado das equações anteriores e das respectivas soluções no contexto da situação.