

**FICHA DE TRABALHO 6 – Função Exponencial e Logarítmica****12º Matemática B**

Curso Tecnológico de Desporto

Professor João Narciso

1. Partindo da função $f(x) = \log_2 x$, e tendo em conta as transformações geométricas dos gráficos, faça o esboço do gráfico das funções, explicando o modo como procedeu, das alíneas seguintes:

1.1. $g(x) = 2 - \log_2 x$

1.2. $h(x) = \log_2 (x - 3) + 1$

1.3. $s(x) = 2 + \log_2 (x + 2)$

2. Calcula:

2.1. $\log_2 (16) - \log_2 (4)$

2.2. $\log_2 \frac{1}{8} + \log_2 4^{-1}$

2.3. $\ln \sqrt{e} + \ln 1$

2.4. $\log 0,001$

2.5. $\log_2 (32)^6 - \log_2 \frac{1}{6}$

3. Resolva analiticamente as seguintes equações:

3.1. $2^{x+1} = 32$

3.2. $7^{-x} - \frac{1}{49} = 0$

3.3. $x \cdot e^x - 2 \cdot e^x = 0$

3.4. $\log_3 (x) = 3$

3.5. $\ln(2x) = \ln(x^2 - 4)$

3.6. $\log(x - 2) = 1$

3.7. $2\ln(3) + \ln(x - 1) = 0$

4. A massa de uma substância radioactiva contida numa determinada amostra é dada por:

$$R(t) = 475 \times e^{-0,08t} \text{ , onde } R \text{ é dado em miligramas e } t \text{ em anos.}$$

4.1. Calcule a massa de substância radioactiva presente na amostra no início da contagem do tempo.

4.2. Determine a massa de substância radioactiva ao fim de uma década.

4.3. Quantos anos serão necessários para que a massa de substância radioactiva se reduza a 182 mg?

5. Um pingo de tinta que cai num papel «mata-borrão» provoca uma mancha circular cujo raio, em mm , t segundos depois do pingo cair no papel é dado, aproximadamente por: $r(t) = 4 - 3,5e^{-0,3t}$

5.1. Determine a medida do raio da mancha 10 segundos depois do pingo cair (arredondado às décimas)

5.2. Calcule com aproximação ao segundo, quanto tempo demora até que a mancha atinja 30 mm^2 de área.

5.3. A área da mancha de outro pingo que caiu no mesmo instante é dada por: $s(t) = 4 - 3,8(1,2e)^{-0,3t}$.

Calcule analítica e verifique graficamente, o instante em que as manchas têm raios iguais.

6. Numa experiência laboratorial para obter cloreto de sódio (sal das cozinhas), colocou-se numa tina uma certa quantidade de água do mar e expôs-se a uma fonte de calor.

Após t horas do início da experiência, a quantidade de água, em ml, existente na tina é dada pela

expressão:
$$Q(t) = 10^3 \times \log\left(\frac{10}{t+1}\right)$$

6.1. Que quantidade de água se utilizou na experiência?

6.2. Comente a afirmação: “Ao fim de duas horas, 50% da água com que se tinha iniciado a experiência tinha passado ao estado gasoso”.

6.3. Considere a função E definida por $E(t) = 1000 - Q(t)$. No contexto da actividade, o que representa a função E .

6.4. Por processos exclusivamente analíticos, determine durante quanto tempo decorreu a experiência, sabendo que esta termina quando a totalidade da água se evaporar.

