# **FICHA DE TRABALHO 8-** *Taxa de Variação/Aplicações*

**12º Matemática B**

Curso Tecnológico de Desporto

***Professor João Narciso***

**1.** A utilização de produtos químicos numa reserva agrícola contaminou uma zona durante seis dias. *t* dias após a utilização dos produtos químicos, a área que se encontra contaminada é dada, em hectares, pela função *C*, definida por:

$$C(t) = -0{,}05t^3 + 2t; \qquad 0 \leq t \leq 6.$$

1.1. Qual é a variação da área contaminada nos primeiros três dias?

1.2. Qual é a taxa média de variação da área contaminada:

1.2.1. nos primeiros três dias?

1.2.2. nos últimos dois dias?

**2.** Durante dez minutos, um insecto foi observado e, após vários registos, concluiu-se que o espaço percorrido, em centímetros, t minutos depois do inicio da observação, é dada pela função d, definida por:

$$d(t) = t^2 + 3t; \qquad 0 \leq t \leq 10.$$

2.1. Qual o espaço percorrido pelo insecto durante:

2.1.1. o tempo de observação?

2.1.2. os dois últimos minutos de observação?

2.2. Mostre que a variação da função *d* nos intervalos [0, 2] e [3, 4] é igual e calcule a taxa média de variação em cada um desses intervalos. Faça um comentário aos resultados obtidos, tendo em atenção o contexto apresentado.

2.3. Calcule a taxa média de variação da função *d* no intervalo [5, 5 + *h*]. Para que valor tende t.m.v. $_{[5,\,5+h]}$, quando *h* tende para zero?

2.4. Calcule a taxa de variação instantânea da função *d* para *t* = 4.

**3.** Uma fábrica de embalagens constrói latas decorativas, com a forma de cilindro, todas com 10cm de altura e de diâmetro variável, entre os 4 cm e os 15 cm.

3.1. Seja *V* a função que a cada valor de *r*, raio da base das latas, faz corresponder o volume.

3.1.1. Mostre que $V(r) = 10\pi r^2$ e indique o domínio da função *V*.

3.1.2. Calcule a taxa de variação do volume quando o raio é 3. Indique o significado do valor encontrado.

3.1.3. Determine o valor do raio, sabendo que a taxa de variação do volume é de $50\pi$ cm$^3$/cm.

3.2. Admita que o custo *C*, em euros, de cada uma das latas é dado em função do raio da base, pela expressão $C(r) = r^2 + 0{,}5r$.

3.2.1. Calcule a taxa média de variação do custo quando $r \in [4, 6]$.

3.2.2. Calcule a taxa de variação do custo se $r = 2{,}5$.

**4.** Uma bola é posta em movimento segundo a equação $e(t) = 18t + 2t^2$, em que $e(t)$ representa o espaço percorrido pela bola, em metros, e $t$ o tempo decorrido, em segundos, após o inicio do movimento. Calcule:

4.1. a velocidade média no intervalo [3, 5];

4.2. a velocidade no instante $t = 10$;

4.3. o instante em que a velocidade é igual à velocidade média no intervalo [1, 4].

**5.** No dia 20 de Junho, pelas 10 horas, a 2,7 *km* da povoação *X*, teve início um incêndio que consumiu 720 hectares de floresta.

A área consumida pelo fogo, $t$ horas após o início do mesmo, é dada pelo seguinte modelo matemático:

$$A(t) = -0{,}8t^2 + 48t;$$

em que $A$ é dada em *ha* (1 *ha* corresponde a $10^4\ m^2$) e $t$ em horas.

5.1. Calcule a variação da área de floresta consumida pelo fogo entre as 12 e as 15 horas do dia 20 de Junho.

5.2. Calcule $\frac{A(5)-A(2)}{3}$ e interprete o resultado no contexto apresentado.

5.3. Determine a velocidade de propagação do incêndio às 2 horas do dia 21 de Junho.

5.4. Em que dia e a que horas foi extinto o incêndio?

5.5. Admita que a zona queimada evoluía de forma circular e que a Protecção Civil tinha estabelecido um plano para evacuar a população *X* quando o fogo estivesse a 1 *km* da povoação.

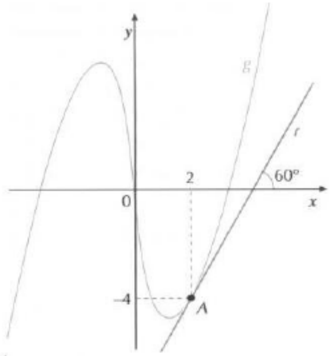
A população chegou a ser evacuada?

**6.** No referencial da figura está representada uma função g ímpar e a recta r tangente ao gráfico de g no ponto A.

6.1.Determine g'(2);

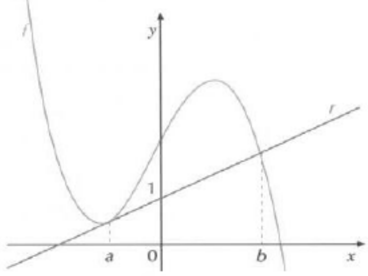
6.2.Escreva a equação reduzida da recta r.

6.3. indique o valor numérico da expressão g(-2).g'(-2).

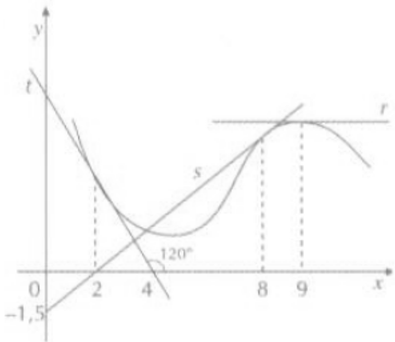



**7.** No referencial da figura está uma representação gráfica de uma função f e uma recta r que passa pelos pontos do gráfico de f de abcissas a e b.

Sabe-se que a taxa média de variação de f no intervalo [a, b] é $\frac{1}{2}$. Escreva a equação reduzida da recta r.




**8.** Observe a figura ao lado. As rectas r, s e t são tangentes ao gráfico da função f, representada graficamente na figura e a recta r é paralela ao eixo Ox.



8.1.Calcule: $f'(2)$, $f'(8)$ e $f'(9)$.

8.2.Determine as coordenadas do ponto de tangencia da recta s.

**9.** Um projéctil é lançado verticalmente de baixo para cima com uma velocidade inicial de 60 m/s. A distância *d*, em metros, do projéctil ao solo após *t* segundos do lançamento é dada por $d(t) = 60t - 5t^2$.

9.1. Determine os zeros da função e indique o seu significado.

9.2. Qual é a altura máxima atingida pelo projéctil?

9.3. Qual é a velocidade, em metros por segundo, do projéctil, três segundos após o lançamento?

9.4. Com que velocidade chega ao solo?

9.5. A aceleração é a taxa de variação instantânea da velocidade. Qual é a aceleração do projéctil no instante *t*?

**10.** A altura h em milímetros de água num vaso, em função do tempo, em segundos, de enchimento é dada pela função $h(t) = 10t + 0{,}2t^2$.

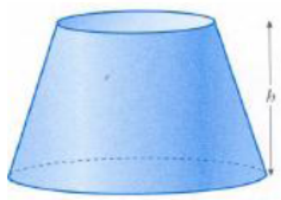
10.1. Se o vaso tem 10 cm de altura, quanto tempo leva a encher o vaso?

10.2. Determine a velocidade média de enchimento do vaso entre os 2 e os 4 segundos.

10.3. Determine a velocidade com que a água sobe no vaso:

10.3.1. 2 segundos depois de se iniciar o enchimento;

10.3.2. 4 segundos depois de se iniciar o enchimento.




10.4. Comente, numa pequena composição, a grandeza relativa dos valores que encontrou em 10.3..

**11.** O António deixou cair um pingo de tinta na sua melhor camisa e, com grande desgosto seu, a mancha começou a alastrar. Embora desmoralizado, não deixou de investigar como aumentava a nódoa. Concluiu que a mancha era circular e que o seu raio R (em centímetros) crescia com o tempo t (em segundos) de acordo com a função

$$R(t) = \frac{5t+9}{t+9}.$$

11.1. Qual era o raio da nódoa no momento em que a tinta caiu?

11.2. Para que valor tende o raio da nódoa com o decorrer do tempo?

11.3. Qual foi a taxa de crescimento médio do raio da mancha:

11.3.1. nos dois primeiros segundos?

11.3.2. entre o 3º e o 5º segundos?

10.4. Ao fim de um minuto, a nódoa continuava a crescer? Em caso afirmativo, indique se o crescimento é mais rápido ou mais lento que no inicio.

11.5. Determine o valor aproximado da taxa de variação instantânea no momento em que a tinta caiu na camisa.

11.6. Qual é o valor aproximado da taxa instantânea ao fim de um minuto?